ইউনিট ৯

আলোর প্রতিসরণ

ভূমিকা

আলোকে কখনো কণা এবং কখনো তরঙ্গ হিসেবে বিবেচনা করা হয়ে থাকে। আলোর প্রতিসরণ আলোর তরঙ্গ ধর্ম দিয়ে ব্যাখ্যা করা যায়। আলো যখন এক মাধ্যম থেকে ভিন্ন আলোকীয় ঘনত্বের অন্য একটি মাধ্যম গমন করে, তখন আলোক তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে অথচ কম্পাংক অপরিবর্তিত থাকে। আমরা জানি কম্পাংক ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের গুণফলই আলোকের বেগ। সুতরাং এক মাধ্যম থেকে অন্য মাধ্যমে গমন করলে আলোকের বেগের পরিবর্তন ঘটে। আলোর তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও বেগের এই পরিবর্তনের কারণে আলোর দিকের পরিবর্তন ঘটে। দুইটি ভিন্ন আলোক ঘনত্বের মাধ্যমের একটি থেকে অন্যটিতে আলো গমনের সময় আলোক রশ্মির দিকের (অভিমুখের) পরিবর্তন হওয়াকে আলোর প্রতিসরণ বলে। আলোর প্রতিসরণের কারণে স্বচ্ছ আলোকিত দিনে একটি গভীর পুকুরকে অগভীর দেখায়, একটি সোজা লাঠিকে পানিতে আংশিক ডুবালে বাঁকা দেখায়, পানির নিচের কোন বস্তুকে তার প্রকৃত গভীরতার চেয়ে উপরে দেখায়। আলোর প্রতিসরণকে কাজে লাগিয়ে বাইনোকুলার, অনুবীক্ষণ যন্ত্র, চশমা, অপটিক্যাল ফাইবার প্রভৃতি যন্ত্র তৈরী করা হয়েছে।

এ অধ্যায়ে আমরা আলোর প্রতিসরণের নিয়মাবলী, পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন, সংকট কোণ, বিভিন্ন গোলকীয় তলে আলোর প্রতিসরণ আলোচনা করা হবে।

পাঠ ১ আলোর প্রতিসরণ

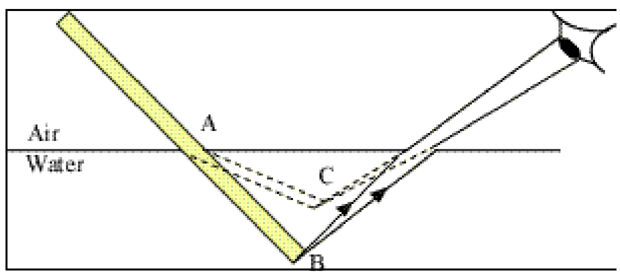
উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- আলোর প্রতিসরণের সংজ্ঞা ও নিয়ম জানতে পারবেন।
- আলোক রশ্মির প্রত্যাবর্তনশীলতা ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- প্রকৃত গভীরতা আপাত গভীরতা ও প্রতিসরাংকের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবেন।
- সংকট কোণ ও পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

৯.১.১ আলোর প্রতিসরণ

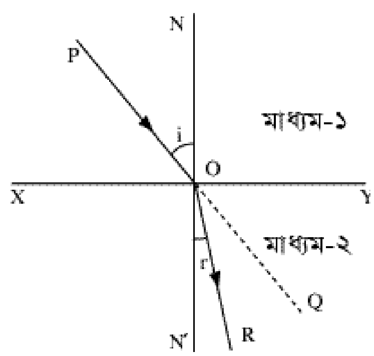
একটি সোজা দন্ডকে তির্যকভাবে পানিতে আংশিক ডুবালে বাঁকা ও ছোট দেখায় (চিত্র ৯.১)। আলোর প্রতিসরণের জন্যই এমনটি ঘটে। দণ্ডটির পানিতে ডুবানো অংশের কোন বিন্দু থেকে চোখ পর্যন্ত আলোকরশ্মির পথ একই সরলরেখায় অতিক্রম করে না। নিমজ্জিত অংশের কোন স্থান থেকে পানি ও বাতাসের বিভেদতল পর্যন্ত আলোক রশ্মি একটি সরল রেখা বরাবর গমন করে। এরপরে বিভেদতলে আলোক রশ্মিটি দিক পরিবর্তন করে অন্য একটি সরল রৈখিক পথে দ্বিতীয় মাধ্যমে গমন করে।



চিত্র ৯.১

এ কারণেই দণ্ডটিকে বাঁকা দেখায়।

প্রকৃতপক্ষে একটি স্বচ্ছ ও সমসত্ত্ব মাধ্যমে আলো সরল রেখায় গমন করে। কিন্তু আলোক রশ্মি যখন এক স্বচ্ছ মাধ্যম থেকে অন্য স্বচ্ছ মাধ্যমে তির্যকভাবে প্রবেশ করে, তখন মাধ্যমদ্বয়ের বিভেদতলে দিক পরিবর্তন করে। এ ঘটনাকে আলোর প্রতিসরণ বলে। ৯.২ নং চিত্রে আলোর প্রতিসরণ দেখানো হয়েছে। এখানে PO আলোক রশ্মিটি মাধ্যম-১ ও মাধ্যম-২ এর বিভেদ তল XY এর O বিন্দুতে আপতি হয়েছে। প্রতিসরণের ফলে আলোক রশ্মিটি কিছুটা বেঁকে OR পথে দ্বিতীয় মাধ্যমে গমন করে। প্রতিসরণ না ঘটলে আলোক রশ্মিটির দিক পরিবর্তন হত না এবং রশ্মিটি সোজা POQ সরল রেখা বরাবর গমন করত।



চিত্র- ৯.২

৯.১.২ কয়েকটি প্রয়োজনীয় সংজ্ঞা

আপতিত রশ্মি ঃ আলোক রশ্মি এক স্বচ্ছ মাধ্যম থেকে অন্য স্বচ্ছ মাধ্যম গমন করার সময় প্রতিসরিত হয়। প্রথম মাধ্যমে আলোক রশ্মির যে অংশটুকু পড়ে তাকে আপতিত রশ্মি বলে। অর্থাৎ মাধ্যমদ্বয়ের বিভেদ তলে যে রশ্মি পতিত হয় তাকে আপতিত রশ্মি বলে। ৯.২ নং চিত্রে PO আপতিত রশ্মি।

আপতন বিন্দু ঃ আপতিত রশ্মি বিভেদ তলের যে বিন্দুতে পতিত হয় তাকে আপতন বিন্দু বলে। ৯.২ নং চিত্রে O বিন্দুটি আপতন বিন্দু।

প্রতিসরিত রশ্মি ঃ প্রতিসরণের পর অর্থাৎ দিক পরিবর্তনের পর দ্বিতীয় মাধ্যম দিয়ে গমণকারী আলোক রশ্মিকে প্রতিসরিত রশ্মি বলে। ৯.২ নং চিত্রে OR রশ্মিটি প্রতিসরিত রশ্মি।

অভিলম্ব ঃ আপতন বিন্দুগামী ও বিভেদ তলের উপর লম্বভাবে অংকিত সরলরেখাকে অভিলম্ব বলে। ৯.২ চিত্রে NON′ সরল রেখাটি অভিলম্ব।

আপতন কোণ ঃ আপতিত রশ্মি ও অভিলম্বের মধ্যবর্তী কোণকে আপতন কোণ বলে। ৯.২ নং চিত্রে $\angle PON = i$, আপতন কোণ।

প্রতিসরণ কোণ ঃ প্রতিসরিত রশ্মি ও অভিলম্বের মধ্যবর্তী কোণকে প্রতিসরণ কোণ বলে। ৯.২ নং চিত্রে $\angle N'OR$ প্রতিসরণ কোণ।

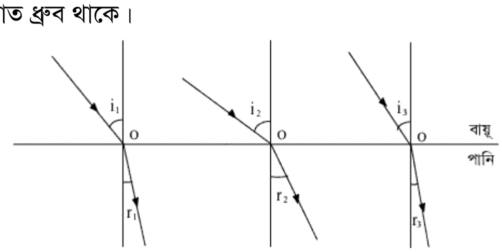
৯.১.৩ প্রতিসরণের সূত্র ও প্রতিসরাংক

আলোক রশ্মি প্রতিসরণের সময় দুটি নিয়ম মেনে চলে। এ নিয়ম দুটিকে আলোর প্রতিসরণের সূত্র বলে।

প্রথম সূত্র ঃ আপতিত রশ্মি, প্রতিসরিত রশ্মি এবং আপতন বিন্দুতে অংকিত লম্ব একই সমতলে অবস্থান করে। ৯.২ নং চিত্রে PO আপতিত রশ্মি, OR প্রতিসরিত রশ্মি এবং NON′ অভিলম্ব। এরা একই সমতলে অবস্থান করে। অর্থাৎ PO, OR এবং NON′ সরল রেখা দিয়ে একটি মাত্র সমতল আঁকা যায়।

দ্বিতীয় সূত্র ঃ নির্দিষ্ট এক জোড়া মাধ্যম ও একটি নির্দিষ্ট বর্ণের আলোর প্রতিসরণের ক্ষেত্রে আপতন কোণের সাইনের ও প্রতিসরণ কোণের সাইনের অনুপাত সর্বদা ধ্রুব থাকে। হাল্কা মাধ্যম থেকে ঘন মাধ্যমে প্রতিসরিত হলে প্রতিসরিত আলোক রশ্মি অভিলম্বের দিকে এবং ঘন মাধ্যম থেকে হাল্কা মাধ্যমে প্রতিসরিত হলে আলোক রশ্মি অভিলম্বের বিপরীত দিকে বেঁকে যায়।

ব্যাখ্যা ঃ দুইটি নির্দিষ্ট মাধ্যমে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে একটি নির্দিষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের আলোক রশ্মিকে বিভিন্ন কোণে আপতিত করলে প্রতিসরণ কোণও পরিবর্তিত হবে। তবে এই পরিবর্তন এমন ভাবে হবে যেন প্রতি ক্ষেত্রে আপতন কোণের সাইন ও প্রতিসরণ কোণের সাইনের অনুপাত ধ্রুব থাকে।



চিত্র-৯.৩

৯.৩ নং চিত্রে একই বর্ণের তিনটি আলোক রশ্মি বায়ু থেকে পানিতে ভিন্ন ভিন্ন কোণে আপতিত হয়েছে। আপতন কোণ ভিন্ন হওয়ার কারণে প্রতিসরণ কোণও ভিন্ন ভিন্ন হবে এবং প্রতি ক্ষেত্রে আপতন কোণের সাইন ও প্রতিসরণ কোণের সাইনের অনুপাত একই হবে। অর্থাৎ–

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{\sin i_3}{\sin r_3} = \text{ধ্রুবক।}$$

এই ধ্রুবককে প্রথম মাধ্যমের সাপেক্ষে দ্বিতীয় মাধ্যমের প্রতিসরাংক বলে। একে μ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এই সূত্রটি 1621 সালে ওয়াইল ব্রর্ড স্নেল আবিষ্কার করেন বলে সূত্রটিকে স্নেল এর সূত্র বলা হয়।

প্রতিসরাংক (Refractive index)

একটি নির্দিষ্ট বর্ণের (কম্পাংকের) আলোক রশ্মি এক জোড়া নির্দিষ্ট মাধ্যমের একটি থেকে অন্যটিতে প্রতিসরিত হলে আপতন কোণের সাইন ও প্রতিসরণ কোণের সাইনের অনুপাত ধ্রুব থাকে। একে প্রথম মাধ্যমের সাপেক্ষে দ্বিতীয় মাধ্যমের

প্রতিসরাংক বলে। প্রথম মাধ্যম a এবং দ্বিতীয় মাধ্যম b হলে a মাধ্যমের সাপেক্ষে b মাধ্যমের প্রতিসরাংককে ${}_a\mu_b$ প্রতীক দিয়ে লেখা হয়।

তবে সাধারণত আরো সংক্ষেপে μ_g প্রতীক দিয়ে শুণ্য মাধ্যমের সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাংক লেখা হয়।

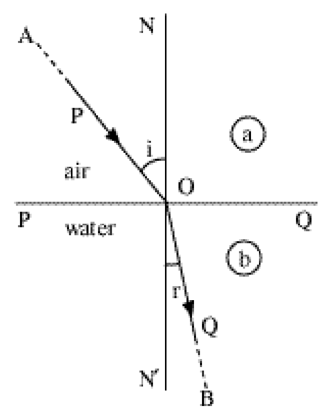
$$ {}_a\mu_b = \frac{\sin i}{\sin r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(9.1)$$

শুন্য মাধ্যমের সাপেক্ষে কোন মাধ্যমের প্রতিসরাংককে ঐ মাধ্যমের পরম প্রতিসরাংক বলা হয়। শুন্য মাধ্যমের সাপেক্ষে কোন মাধ্যম b এর পরম প্রতিসরাংককে সাধারণতঃ μ_b প্রতীক দিয়ে লেখা হয়। সুতরাং শুন্য মাধ্যমের সাপেক্ষে কাঁচের পরম প্রতিসরাংক লিখতে μ_{glass} প্রতীক ব্যবহার করা হয়। নিচের সারণিতে কয়েকটি মাধ্যমের পরম প্রতিসরাংক উল্লেখ করা হলো।

মাধ্যম	প্রতীক	পরম প্রতিসরাংক
বায়ু	μ_a	
পানি	μ_w	
ফ্লিন্ট কাঁচ	μ_g	
গ্লিসারিন	μ_g	
ক্রাউন কাঁচ		

৯.১.৪ আলোক রশ্মির প্রত্যাবর্তনশীলতা

আলোক রশ্মি প্রত্যাবর্তী। অর্থাৎ আলোক রশ্মি কোন একটি বিন্দু A থেকে অন্য একটি বিন্দু B তে যে পথে গমন করবে, B বিন্দু থেকে A বিন্দুতে আলোক রশ্মি ঠিক একই পথে গমন করবে। মনে করি একটি আলোক রশ্মি বায়ু মাধ্যম থেকে পানি মাধ্যমে প্রতিসরিত হচ্ছে [চিত্র-৯.৪] এখানে PO আপতিত রশ্মি, OQ প্রতিসরিত রশ্মি, i আপতন কোণ এবং r প্রতিসরণ কোণ।



চিত্র ৯.৪

বায়ু (air) সাপেক্ষে পানির (water) প্রতিসরাংক ${}_a\mu_w = \frac{\sin i}{\sin r}$.

আলোক রশ্মি প্রত্যাবর্তী বলে Q বিন্দু থেকে আলোক রশ্মি QOP পথে P বিন্দুতে যাবে। অর্থাৎ এক্ষেত্রে আপতন কোণ r হলে প্রতিসরণ কোণ হবে i।

পানি মাধ্যমের সাপেক্ষে বাতাস মাধ্যমের প্রতিসরাংক-

$$ {}_w\mu_a = \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{\frac{\sin i}{\sin r}} = \frac{1}{{}_a\mu_w} $$

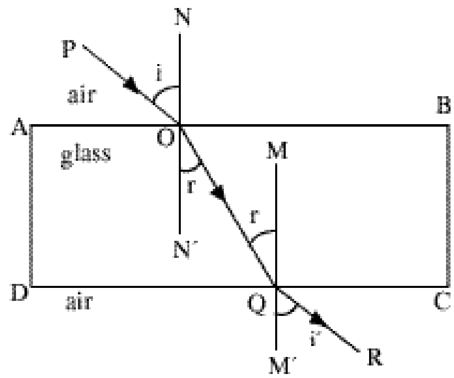
অন্য যেকোন দুইটি মাধ্যমের জন্যও এ নিয়ম প্রযোজ্য। অর্থাৎ a ও b যে কোন দুইটি স্বচ্ছ মাধ্যম হলে–

$$ {}_a\mu_b = \frac{1}{{}_b\mu_a} $$

বা, ${}_a\mu_b \times {}_b\mu_a = 1.$ ---------------------------------(9.2)

৯.১.৫ সমান্তরাল তল বিশিস্ট ফলকে প্রতিসরণ

মনে করি সমাতন্তরাল তল বিশিস্ট একটি কাঁচ ফলক ABCD বায়ুতে অবস্থিত [চিত্র-৯.৫], তল AB ও তল CD সমতল ও পরস্পর সমান্তরাল। মনে করি একটি আলোক রশ্মি বাতাস থেকে ফলকটির AB তল দিয়ে প্রবেশ করে CD তল দিয়ে নির্গত হচ্ছে। সুতরাং আলোক রশ্মিটির দুবার প্রতিসরণ ঘটবে।



চিত্র-৯.৫

NON′ এবং MQM′ যথাক্রমে O ও Q বিন্দুতে অভিলম্ব। AB বিভেদ তলে PO আপতিত রশ্মি।
এক্ষেত্রে OQ প্রতিসরিত রশ্মি এবং

আপতন কোণ $\angle PON = i$,

প্রতিসরণ কোণ $\angle N'OQ = r$

NON′ এবং MQM′ রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং OQ এদের ছেদক বলে।

$$\angle N'OQ = r = \angle MQO$$

দ্বিতীয় প্রতিসরণের ক্ষেত্রে OQ আপতিত রশ্মি, QR প্রতিসরিত রশ্মি এবং আপতন কোণ $\angle OQM = r$.
ধরি প্রতিসরণ কোণ $\angle M'QR = i'$

বাতাসের সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাংক ${}_a\mu_g$ হলে ১ম প্রতিসরণের ক্ষেত্রে ${}_a\mu_g = \dfrac{\sin i}{\sin r}$

আবার কাঁচের সাপেক্ষ বাতাসের প্রতিসরাংক ${}_g\mu_a$ হলে–

$${}_g\mu_a = \frac{\sin MQO}{\sin M'QR}$$

বা, $${}_g\mu_a = \frac{\sin r}{\sin i'}$$

কিন্তু $${}_a\mu_g = \frac{1}{{}_g\mu_a}$$

বা, $$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{\frac{\sin r}{\sin i'}}$$

বা, $$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i'}{\sin r}$$

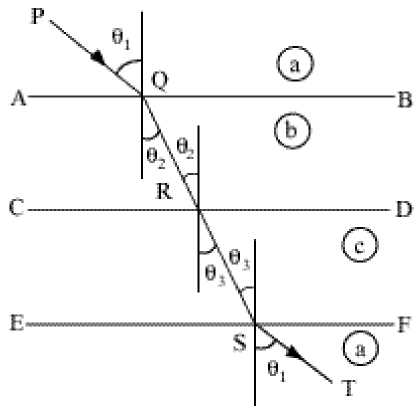
বা, $$\sin i = \sin i'$$

বা, $$i = i' \text{---} (9.3)$$

সুতরাং আলোক রশ্মি যখন সমতল ও সমান্তরাল তলবিশিষ্ট ফলকে প্রতিসরিত হয় তখন আপতিত ও নির্গত রশ্মি সরস্পর সমান্তরাল হয়।

৯.১.৬ তিনটি পরস্পর সমান্তরাল সমতল বিভেদ তলে প্রতিসরণ

মনে করি, a, b ও c তিনটি স্বচ্ছ ও ভিন্ন ভিন্ন আলোকীয় ঘনত্বের মাধ্যম। মাধ্যমত্রয় abca এই ক্রমে (পরস্পর) সাজানো আছে। [চিত্র-৯.৬] অর্থাৎ প্রথম ও শেষ মাধ্যম a. মাধ্যমগুলির মধ্যে অবস্থিত বিভেদতল, AB, CD ও EF সমতল ও পরস্পর সমান্তরাল।



চিত্র-৯.৬

একটি আলোক রশ্মি PQ মাধ্যম a ও মাধ্যম b এর বিভেদ তল AB এর Q বিন্দুতে আপতিত হয় এবং প্রতিসরণের পর b মাধ্যমে QR পথে গমন করে। এখানে আপতন কোণ θ_1 ও প্রতিসরণ কোণ θ_2.

$$\therefore \quad {}_a\mu_b = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \quad \text{...} \ (9.4)$$

একইভাবে b ও c এর বিভেদ তল CD এর R বিন্দুতে একবার এবং সবশেষে c ও a এর বিভেদতল EF এর S বিন্দুতে আরো একবার প্রতিসরণ ঘটে। R বিন্দুতে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে আপতন কোণ θ_2 ও প্রতিরণ কোণ θ_3.

$$\therefore \quad {}_b\mu_c = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3} \quad \text{...} \ (9.5)$$

S বিন্দুতে প্রতসিরণের ক্ষেত্রে আপতন কোণ θ_3 সমতল ও সমান্তরাল তল বিশিস্ট ফলকে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে আপতিত রশ্মি ও নির্গত রশ্মি পরস্পর সমান্তরাল।

অর্থাৎ

$$ST \parallel PQ$$

$\therefore$ S বিন্দুতে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে প্রতিসরণ কোণ প্রথম আপতন কোণ θ_1 এর সমান।

$$\therefore \quad {}_c\mu_a = \frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_1} \quad \text{...} (9.6)$$

9.4, 9.5 ও 9.6 সমীকরণ গুণ করে পাই−

$${}_a\mu_b \times {}_b\mu_c \times {}_c\mu_a = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \times \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3} \times \frac{\sin\theta_3}{\sin\theta_1}$$

বা, $\quad {}_a\mu_b \times {}_b\mu_c \times {}_c\mu_a = 1$ ----------------------------------(9.7)

বা, $\quad {}_b\mu_c = \dfrac{1}{{}_a\mu_b \times {}_c\mu_a}$

বা, $\quad {}_b\mu_c = \dfrac{{}_a\mu_c}{{}_a\mu_b}$ ------------------------------------ (9.8) $\quad [\because {}_a\mu_c = \dfrac{1}{{}_c\mu_a}$

a মাধ্যমটি শুন্য মাধ্যম হলে− $_b\mu_c = \frac{\mu_c}{\mu_b}$ -------------------------------(9.9)

অর্থাৎ b মাধ্যমের সাপেক্ষে c মাধ্যমের প্রতিসরাংক c ও b মাধ্যমের পরম প্রতিসরাংকের অনুপাতের সমান।

[... শূন্য মাধ্যমের সাপেক্ষে কোন মাধ্যমের প্রতিসরাংককে ঐ মাধ্যমের পরম প্রতিসরাংক বলে।]

কিন্তু $_b\mu_c = \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3}$ ------------------------------- (9.10)

সমীকরণ (9.9) ও (9.10) হতে পাই

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_3} = \frac{\mu_c}{\mu_b}$$

ধরি, $\theta_2 = i$, এবং $\theta_3 = r$.

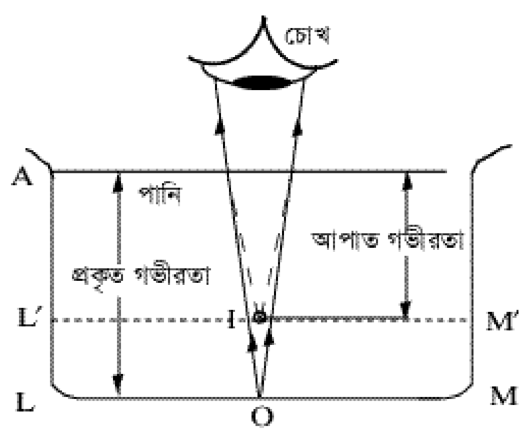
$$\therefore \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\mu_c}{\mu_b}$$

বা, $\mu_b \sin i = \mu_c \sin r$--------------------------(9.11)

এই সমীকরণটি স্নেল এর সূত্রের সাধারণ রূপ।

৯.১.৭ প্রকৃত গভীরতা ও আপাত গভীরতা

পানি ভর্তি একটি পাত্রকে উপর থেকে দেখলে এর তলদেশকে পাত্রটির খালি অবস্থায় এর তলদেশের তুলনায় কিছুটা উপরে দেখায়। অর্থাৎ পাত্রটির গভীরতা কম বলে মনে হয়। পানি পূর্ণ একটি পাত্রের তলদেশের একটি বিন্দু O থেকে নির্গত আলোক রশ্মি পানি ও বাতাসের বিভেদতলে প্রতিসরণ- চিত্র ৯.৭ এ দেখানো হয়েছে। প্রতিসরণের কারণে আলোক রশ্মিকে O বিন্দু হতে নির্গত হচ্ছে বলে মনে হয়। প্রতিসরণের কারণে পাত্রের তলদেশকে LM সরলরেখা বরাবরের পরিবর্তে L′M′ বরাবর মনে হবে। তলদেশের দূরত্ব AL কে প্রকৃত গভীরতা এবং তলদেশের প্রতিবিম্বের দূরত্ব AL′ কে আপাত গভীরতা বলে।

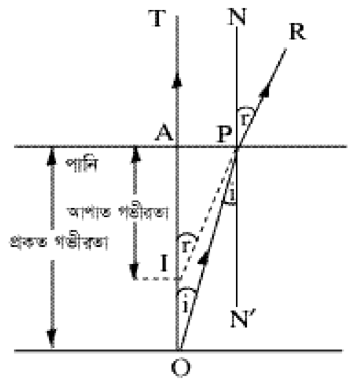


চিত্র-৯.৭

৯.১.৭.১ আপাত গভীরতা, প্রকৃত গভীরতা ও প্রতিসরাংকের মধ্যে সম্পর্ক

মনে করি পানির তলদেশের একটি বিন্দু O থেকে একটি আলোকরশ্মি OP পানি ও বাতাসের বিভেদ তলের P বিন্দুতে আপতিত হয় (চিত্র ৯.৮)। পানির তুলনায় বাতাসের আলোকীয় ঘনত্ব কম। সুতরাং প্রতিসরণের ফলে আলোক রশ্মি অভিলম্ব থেকে দূরে সরে যাবে।

মনে করি আলোক রশ্মির নতুন গতিপথ RP কে পেছন দিকে বর্ধিত করলে উহা O থেকে সোজা উর্ধ্বগামী আলোক রশ্মি OAT কে O বিন্দুতে ছেদ করবে। সুতরাং খাড়া উপর থেকে দেখলে O বিন্দুর পরিবর্তে O বিন্দুতে এর একটি প্রতিবিম্ব চোখে পড়বে [চিত্র-৯.৮]



চিত্র-৯.৮

$\therefore$ O বিন্দুর প্রকৃত গভীরতা OA

আপাত গভীরতা O′A

আপতণ কোণ $\angle$OPN′, প্রতিসরণ কোণ $\angle$RPN.

পানির সাপেক্ষে বাতাসের প্রতিসরাংক $_w\mu_a$ হলে

$$_w\mu_a = \frac{\sin i}{\sin r}$$

এবং $$_a\mu_w = \frac{\sin r}{\sin i}$$

$$= \frac{\frac{AP}{I'P}}{\frac{AP}{OP}}$$

$$= \frac{OP}{O'P}$$

চোখের পিউপিল খুব ছোট বলে খুব কাছাকাছি থাকা আলোক রশ্মি প্রবেশ করতে পারে। OPR এবং OO′AT রশ্মিদ্বয় কাছাকাছি হলে A ও P বিন্দু কাছাকাছি হবে। সেক্ষেত্রে–

$$I'P \cong O'A$$

$$OP \cong OA$$

$$\therefore \quad _a\mu_w = \frac{OA}{O'A}$$

বা, $$_a\mu_w = \frac{\text{প্রকৃত গভীরতা}}{\text{আপাতত গভীরতা}} \text{-------------------------------------(9.11)}$$

$_a\mu_w > 1$ বলে

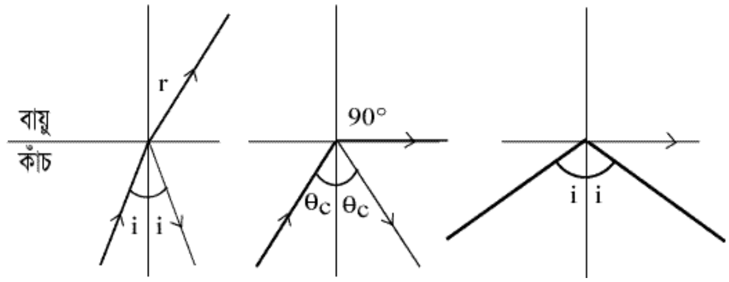
$OA > O'A$.

সুতরাং অপেক্ষাকৃত বেশী আলোকীয় ঘনত্বের মাধ্যমে অবস্থিত বস্তুকে কম আলোকীয় ঘনত্বের মাধ্যম হতে দেখলে বস্তুটিকে অপেক্ষাকৃত কাছে মনে হয়।

৯.১.৮ পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন ও সংকট কোণ

আলোক রশ্মি যখন কোন একটি মাধ্যম থেকে অধিক আলোকীয় ঘনত্বের মাধ্যমে প্রবেশ করে তখন আপতন কোণের সব মানের জন্যই প্রতিফলন ও প্রতিসরণ দুইই সংঘটিত হয়। কিন্তু আলোক রশ্মি কোন মাধ্যম হতে কম আলোকীয় ঘনত্বের

মাধ্যমে প্রবেশ করলে আপতন কোণের একটি নির্দিষ্ট মান পর্যন্ত প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ঘটে। উক্ত মানের চেয়ে আপতন কোণের মান বেশী হলে শুধু প্রতিফলন ঘটে।



চিত্র-৯.৯

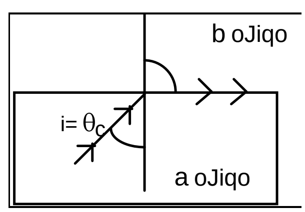
মনে করি আলোকরশ্মি কাঁচ মাধ্যম থেকে বায়ু মাধ্যমে গমন করছে। আপতন কোণের মান ছোট হলে দুর্বল প্রতিফলিত রশ্মি এবং শক্তিশালী প্রতিসরিত রশ্মি পাওয়া যাবে। আপতন কোণের মান বাড়াতে থাকলে প্রতিসরণ কোণের মান ও বাড়বে এবং সাথে সাথে প্রতিসরিত রশ্মির তীব্রতা কমতে থাকবে। আর প্রতিফলিত রশ্মির তীব্রতা বাড়তে থাকবে। এইভাবে আপতন কোণের মান একটি নির্দিষ্ট মানে পৌছালে প্রতিসরণ কোণের মান ৯০° হয়ে যায়। আপতন কোণের যে মানের জন্য প্রতিসরন কোণের মান ৯০° হয়, তাকে সংকট কোণ θ_c বলে।

আপতন কোণের মান সংকট কোণের চেয়ে বেশী হলে প্রতিসরিত রশ্মির তীব্রতা শূন্য হয়ে যায় এবং আপতিত আলোক রশ্মির পুরো অংশ প্রতিফলিত হয়ে ঘন মাধ্যমে ফিরে আসে। একে পূর্ণ-আভ্যন্তরীণ প্রতিফলন বলে।

সংকট কোণ ও প্রতিসরাংকের মধ্যে সম্পর্ক ঃ

মনে করি আলোক রশ্মি a মাধ্যম হতে অপেক্ষাকৃত কম আলোক ঘনত্বের মাধ্যম b তে প্রতিসরিত হচ্ছে।

সুতরাং a মাধ্যমের সাপেক্ষে b মাধ্যমের প্রতিসরাংক,



চিত্র-৯.১০

$$_a\mu_b = \frac{\sin i}{\sin r}$$

আপতন কোণ i সংকট কোণ θc এর সমান হলে প্রতিসরণ কোণ r এর মান 90° হবে।

সেক্ষেত্রে, $_a\mu_b = \frac{\sin\theta_c}{\sin 90^\circ} = \sin\theta_c$

বা, $_b\mu_a = \frac{1}{_a\mu_b} = \frac{1}{\sin\theta_c}$

অর্থাৎ ঘনমাধ্যমের সাপেক্ষে হালকা মাধ্যমের প্রতিসরাংক $= \sin\theta_c$ ------------------- (9.12)

অথবা, হালকা মাধ্যমের সাপেক্ষে ঘন মাধ্যমের প্রতিসরাংক $= \frac{1}{\sin\theta_c}$ ------------------(9.13)

পাঠোত্তর মূল্যায়ন

১। প্রতিসরণ কি?

২। সংজ্ঞা লিখুন।

(ক) প্রতিসরণ (খ) আপতন কোণ

(গ) প্রতিসরণ কোণ (ঘ) প্রতিসরাংক

৩। প্রতিসরণের নিয়ম দু'টি লিখুন।

৪। সংকট কোণ ও পূর্ণ অভ্যন্তরীণ প্রতিফলন কাকে বলে।

পাঠ ২ প্রিজম

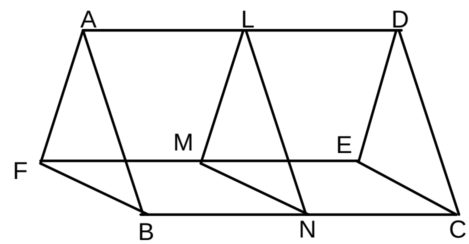
উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- প্রিজমের সংজ্ঞা বলতে পারবেন।
- প্রিজম দ্বারা একটি একবর্ণী আলোক রশ্মির প্রতিসরণ ব্যাখ্যা করতে পারবেন।
- ন্যূনতম বিচ্যুতির শর্ত থেকে প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাংকের সমীকরণ প্রতিপালন করতে পারবেন।
- আলোর বিচ্ছুরণ সম্পর্কে জানতে পারবেন।

৯.২.১

দুটি স্বচ্ছ হেলানো সমতল পৃষ্ঠ দ্বারা সীমাবদ্ধ প্রতিসারক মাধ্যমকে প্রিজম বলা হয়।



চিত্র-৯.১১

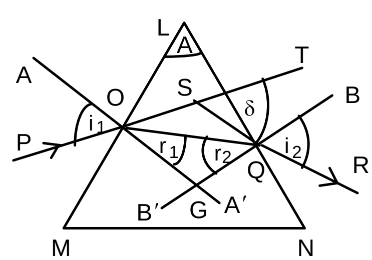
চিত্র-৯.১১ এ দুইটি ত্রিভুজাকৃতির এবং তিনটি আয়াতাকার সমতল পৃষ্ঠ দ্বারা গঠিত একটি প্রিজম দেখানো হয়েছে। ABCD, ADEF ও BCEF এই তিনটি তল আয়তাকার এবং ABF ও CDE তলদ্বয় ত্রিভুজাকৃতির। তলগুলোর মধ্যে দুইটি তল স্বচ্ছ এবং অন্য তল গুলো অস্বচ্ছ। স্বচ্ছ তলদ্বয় পরস্পর হেলানো। স্বচ্ছ তল দ্বয়ের মাধ্যমে আলোক রশ্মির প্রতিসরণ ঘটে বলে এদেরকে প্রতিসারক তল বলে। প্রতিসারক তলদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণকে প্রিজম কোণ এবং তলকে প্রিজমের ভূমি বলে। BCEF চিত্রে প্রদর্শিত প্রিজমের ভূমি। প্রিজমের প্রতিসারকক তলদ্বয় যে রেখা বরাবর ছেদ করে তাকে প্রিজমের ধার বা শীর্ষ বলে।

প্রধান ছেদ (Principal Section)

কোন সমতল প্রিজম শীর্ষের সাথে লম্বভাবে প্রিজমকে ছেদ করলে তাকে প্রধান ছেদ বলে। LMN সমতলটি চিত্র ৯.১১এ প্রদর্শিত প্রিজমটির একটি প্রধানছেদ।

৯.২.২ প্রিজম দ্বারা একটি একবর্ণী আলোর প্রতিসরণ ঃ

মনে করি LMN একটি কাঁচ প্রিজমের প্রধান ছেদ।



চিত্র- ৯.১২ (ক)

প্রিজমটির LM সমতলের O বিন্দুতে একটি আলোক রশ্মি আপতিত হয়েছে। ফলে প্রতিসৃত রশ্মি LMN তলেই অবস্থান করবে। ধরা যাক প্রিজমটি কাঁচ নির্মিত এবং বায়ু মাধ্যম দ্বারা বেষ্টিত। সুতরাং PO রশ্মি প্রতিসৃত হয়ে অভিলম্বের দিকে বেকে যাবে। এরপর রশ্মিটি প্রিজমটিকে একটি সরল রৈখিক পথে অতিক্রম করার পর দ্বিতীয় স্বচ্ছ তল ও LMN তলের ছেদক বিভেদতল LN এর উপর আপতিত হবে এবং প্রতিসরণের পর বায়ু মাধ্যমে গমন করবে। দ্বিতীয় প্রতিসরণের সময়

ঘন মাধ্যম থেকে হালকা মাধ্যমে প্রবেশ করে বলে বায়ুতে নির্গত আলোকরশ্মি অভিলম্ব থেকে দূরে সরে যায়। তবে সমবাহু প্রিজমের ক্ষেত্রে নির্গমন কোণ i_2 প্রথম আপতন কোণ i_1 এর সমান হবে।

বিচ্যুতি কোণ ঃ প্রিজমকে অতিক্রম করতে গিয়ে আলোক রশ্মি তার প্রাথমিক গতিপথ থেকে যতটুকু বেঁকে যায় তাকে আলোক রশ্মিটির বিচ্যুতি কোণ বলে। সুতরাং প্রিজমে আপতি রশ্মি ও প্রিজম থেকে নির্গত রশ্মির মধ্যবর্তী কোণকে বিচ্যুতি কোণ বলে। চিত্র ৯.১২(ক) এ PO আপতিত রশ্মি ও QR নির্গত রশ্মি। সুতরাং আলোক রশ্মিটির বিচ্যুতি কোণ $\delta = \angle TSR$.

চিত্রে ৯.১২(ক) এ AOA′ এবং BQB′ অভিলম্ব। এরা G বিন্দুতে ছেদ করে।

$\angle AOP$ = আপতন কোণ = i_1

$\angle GOQ$ = প্রতিসরণ কোণ = r_1

$\angle GQO = r_2$

$\angle BQR = i_2$

এখন, $\delta = \angle SOQ + \angle SQO$

$= (i_1 - r_1) + (i_2 - r_2)$

$= (i_1 + i_2) - (r_1 + r_2)$

এখন, $r_1 + r_2 = 180° - \angle OGQ$

$= 180° - (180° - A)$

$= 180° - 180° + A$

$= A$ -- (9.14)

$\therefore \quad \delta = i_1 + i_2 - A$ ----------------------------------(9.15)

৯.২.৩ নূন্যতম বিচ্যুতির শর্ত

প্রিজমের জন্য আমরা জানি,

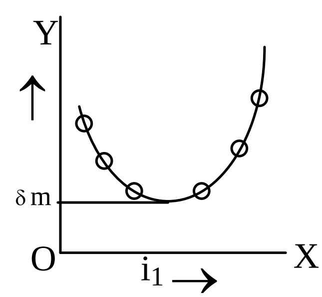
$\delta = i_1 + i_2 - A$ ---------------------------- (9.15)

$A = r_1 + r_2$ ------------------------------------(9.14)

সমীকরণ (9.15) কে i_1 এর সাপেক্ষে অন্তকলন করে পাই,

$$\frac{d\delta}{di_1} = 1 + \frac{di_2}{di_1} - \frac{dA}{di_1} \text{ ------------------------(9.16)}$$

সমীকরণ (9.16) এ $\frac{dA}{di_1} = 0$ [যেহেতু A = ধ্রুবক]



চিত্র-৯.১২(খ)

এবং নূন্যতম বিচ্যুতির ক্ষেত্রে,

$$\frac{d\delta}{di_1} = 0$$

সুতরাং সমীকরণ (9.16) হতে,

$$0 = 1 + \frac{di_2}{di_1}$$

বা, $\frac{di_2}{di_1} = -1$ --(9.17)

সমীকরণ (9.14) কে r_2 এর সাপেক্ষে অন্তর্কলন করলে,

$$\frac{dr_1}{dr_2} = -1 \quad\text{---}(9.18)$$

আবার, প্রতিসরণের সূত্রানুযায়ী, $\sin i_1 = \mu \sin r_1$ ----------------------------(9.19)

এবং $\sin i_2 = \mu \sin r_2$ ---(9.20)

সমীকরণ (9.19) i_1 এর সাপেক্ষে অন্তকলন করে পাই,

$$\frac{d}{di_1}\sin i_1 = \mu \frac{d}{di_1}\sin r_1$$

বা, $\cos i_1 = \mu \cos r_1 \frac{dr_1}{di_1}$

বা, $\frac{dr_1}{di_1} = \frac{\cos i_1}{\mu \cos r_1}$ -- (9.21)

এবং সমীকরণ (9.20) কে i_2 এর সাপেক্ষে অন্তর্কলন করে,

$$\frac{d}{di_2}\sin i_2 = \mu \frac{1}{di_2}\sin r_2$$

বা, $\cos i_2 = \mu \cos r_2 \frac{dr_2}{di_2}$

বা, $\frac{dr_2}{di_2} = \frac{\cos i_2}{\mu \cos r_2}$ -- (9.22)

কিন্তু, $\frac{dr_1}{di_1} = \frac{dr_1}{dr_2} \times \frac{dr_2}{di_1}$

$= -\frac{dr_2}{di_1}$ [সমীকরণ (9.18) হতে]

বা, $\frac{dr_1}{di_1} = -\frac{dr_2}{di_2} \times \frac{di_2}{di_1}$

$\therefore \frac{dr_1}{di_1} = \frac{dr_2}{di_2}$ [সমীকরণ (9.17) হতে]

অতএব, $\frac{\cos i_1}{\mu \cos r_1} = \frac{\cos i_2}{\mu \cos r_2}$

বা, $\frac{\cos i_1}{\cos r_1} = \frac{\cos i_2}{\cos r_2}$

বা, $\frac{\cos^2 i_1}{\cos^2 r_1} = \frac{\cos^2 i_2}{\cos^2 r_2}$

বা, $\frac{1-\sin^2 i_1}{1-\sin^2 r_1} = \frac{1-\sin^2 i_2}{1-\sin^2 r_2}$

বা, $(1-\sin^2 i_1)(1-\sin^2 r_2) = (1-\sin^2 i_2)(1-\sin^2 r_1)$

বা, $(1-\mu^2\sin^2 r_1)(1-\sin^2 r_2) = (1-\mu^2\sin^2 r_2)(1-\sin^2 r_1)$

বা, $1-\sin^2 r_2 - \mu^2\sin^2 r_1 + \mu^2\sin^2 r_1\sin^2 r_2 = 1-\sin^2 r_1 - \mu^2\sin^2 r_2 + \mu^2\sin^2 r_1\sin^2 r_2$

বা, $\sin^2 r_1 - \mu^2\sin^2 r_1 = \sin^2 r_2 - \mu^2\sin^2 r_2$

বা, $(1-\mu^2)\sin^2 r_1 = (1-\mu^2)\sin^2 r_2$

বা, $\sin r_1 = \sin r_2$

$\therefore\ r_1 = r_2$

এখন, $\mu = \dfrac{\sin i_1}{\sin r_1} = \dfrac{\sin i_2}{\sin r_2}$

বা, $\dfrac{\sin i_1}{\sin r_1} = \dfrac{\sin i_2}{\sin r_1}$

বা, $\sin i_1 = \sin i_2$

$\therefore\ i_1 = i_2$

নূন্যতম বিচ্যুতি কোন δ_m হলে সমীকরণ (9.15) ও (9.14) এ

$\delta = \delta_m, i_1 = i_2, r_1 = r_2$ ব্যবহার করে পাই,

$\delta_m = i_1 + i_1 - A$

বা, $\delta_m = 2i_1 - A$

বা, $i_1 = \frac{1}{2}(\delta_m + A)$ --- (9.23)

এবং $A = r_1 + r_2$

বা, $A = r_1 + r_1$

$\therefore\ A = 2r_1$

$\therefore\ r_1 = \frac{1}{2}A$ --- (9.24)

এখন, $\mu = \dfrac{\sin i_1}{\sin r_1}$

বা, $\mu = \dfrac{\sin\frac{1}{2}(\delta_m + A)}{\sin\frac{1}{2}A}$ ----------------------------------- (9.25)

পরীক্ষণের মাধ্যমে δ_m ও A এবং মান নির্ণয় করে প্রিজম পদার্থের প্রতিসরাংক নির্ণয় করা যায়।

৯.২.৪ প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাংক

মনে করি একটি প্রিজমকে এমন একটি মাধ্যমে স্থাপনে করা হলো যার সাপেক্ষে প্রিজমটির উপাদানের প্রতিসরাংক μ এবং একটি আলোকরশ্মি প্রিজমে আপাতনের যদি রশ্মিটির ন্যুনতম বিচ্যুতি ঘটে।

প্রিজম কোণ $A = r_1 + r_2$ -- (9.26)

এবং বিচ্যুতি $\delta = i_1 + i_2 - A$ -------------------------------- (9.27)

ন্যূনতম বিচ্যুতি অবস্থানে, $r_1 = r_2, i_1 = i_2$ এবং $\delta = \delta_m$

$\therefore$ (9.26) হতে পাই $A = r_1 + r_2 = 2r_1$

বা, $r_1 = \frac{A}{2}$ ----------------------------------- (9.28)

সমীকরণ (9.27) হতে

$\delta_m = i_1 + l_2 - A$

বা, $\delta_m = 2i_1 - A$

বা, $i_1 = \frac{\delta_m + A}{2}$ ---------------------------- (9.29)

মাধ্যমের সাপেক্ষে প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাংক

$$\mu = \frac{\sin i_1}{\sin r_1}$$

$$= \frac{\sin \frac{A+\delta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$ ----------------------------------- (9.30)

প্রিজম কোণ A এবং ন্যূনতম বিচ্যুতি δ_m এর মান সমীকরণ (9.30) বসিয়ে প্রতিসরাংক, μ নির্ণয় করা হয়।

৯.২.৪ সরু প্রিজম

কোন প্রিজমের প্রিজম কোণ খুব ছোট হলে তাকে সরু প্রিজম বলে। সরু প্রিজমের প্রিজম কোণ 6° অপেক্ষা কম হয়। মনে করি একটি আলোক রশ্মি একটি সরু প্রিজম দ্বারা প্রতিসরিত হচ্ছে। প্রিজমটির প্রিজম কোণ A. ধরি প্রিজমটির **১**ম তলে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে আপতন কোণ i_1 প্রতিসরণ কোণ r_1।

এবং দ্বিতীয় তল দ্বারা প্রতিসরণের ক্ষেত্রে আপতণ r_2 ও প্রতিসরণ কোণ i_2 এক্ষেত্রে r_2 খুব ছোট হবে।

$\therefore$ আমরা পাই $r_1 + r_2 = A$ -- (9.26)

A খুব ক্ষুদ্র হলে r_1 ও r_2 উভয়ই ক্ষুদ্র হবে। একটি আলোক রশ্মি খুব ক্ষুদ্র কোণে আপতিত হলে নির্গমন কোণও খুব ক্ষুদ্র হবে। অর্থাৎ i_1 ক্ষুদ্র হলে i_2 এর মানও ক্ষুদ্র হবে।

এখন, $\mu = \frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \frac{i_1}{r_1}$

বা, $i_1 = \mu r_1$ --- (9.31)

আবার $\mu = \frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \frac{i_2}{r_2}$

বা, $i_2 = \mu r_2$ ----------------------------------(9.32)

এখন $\delta = i_1 + i_2 - A = \mu r_1 + \mu r_2 - A$

$= \mu(r_1 + r_2) - A$

$= \mu A - A$

$= A(\mu - 1)$ -------------------(9.33)

এটিই ক্ষুদ্র প্রিজমের সমীকরণ

৯.২.৫ আলোর বিচ্ছুরণ

সাদা আলো আসলে ৭টি মৌলিক বর্ণের সমাবেশ। এই বর্ণগুলির প্রতিটির নিজস্ব কম্পাংক আছে। সাদা বর্ণের আলোক রশ্মি যখন প্রিজমে আপতিত হয়, তখন এর উপাদানের মৌলিক বর্ণগুলি প্রিজম দ্বারা সমান পরিমাণ বিচ্যুতি ঘটেনা। বিভিন্ন মৌলিক বর্ণের ভিন্ন ভিন্ন পরিমাণ বিচ্যুতি ঘটে। ফলে বর্ণগুলি একই সরল রেখা থাকে না। এর ফলে সাদা বর্ণ সাতটি বর্ণে বিশ্লিষ্ট হয়ে যায়। একে আলোর বিচ্ছুরণ বলে।

বর্ণালী ঃ সাদা বর্ণের আলোর প্রিজম বা কোন বিচ্ছুরক মাধ্যম দ্বারা বিশ্লিষ্ট হওয়ার পর মৌলিক বর্ণগুলির যে পট্টি পাওয়া যায় তাকে বর্ণালী (spectrum) বলে।

সৌরবর্ণালী ঃ সূর্যরশ্মি বিশ্লিষ্ট হয়ে যে বর্ণালী সৃষ্টি করে তাকে সৌরবর্ণালী বলে। সৌরবর্ণালীর দৃশ্যমান অংশে বেগুণী, নীল, আসমানী, সবুজ, হলুদ, কমলা ও লাল এই সাতটি রঙ সজ্জিত থাকে। বর্ণগুলি বেগুণী, নীল, আসমানী, সবুজ, হলুদ, কমলা, লাল এই ক্রমে সজ্জিত হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-২

১। সংজ্ঞা লিখুন।

(ক) প্রিজম

(খ) সরু প্রিজম

(গ) প্রধান কেন্দ্র

২। ন্যূনতম বিচ্যুতির শর্তটি প্রতিপাদন করুন।

৩। দেখান যে কোন প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাংক, $\mu = \dfrac{\sin\dfrac{A+\delta m}{2}}{\sin\dfrac{A}{2}}$

৪। আলোর বিচ্ছুরণ ও বর্ণালী কি?

পাঠ ৩ গোলকীয় তলে আলোর প্রতিসরণ

উদ্দেশ্য

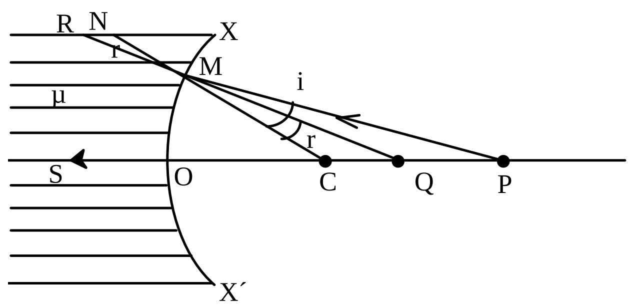
এই পাঠ শেষে আপনি-

- গোলকীয় তলে আলোর প্রতিসরণ বর্ণনা করতে পারবেন।
- অবতল প্রতিসারক তলে আলোকের প্রতিসরণের সূত্র নির্ণয় করতে পারবেন।
- উত্তল তলে আলোকের প্রতিসরণের সূত্র নির্ণয় করতে পারবেন।

৯.৩.১ গোলকীয় তলে আলোকের প্রতিসরণ (Refraction of light at a spherical surface):

কোন প্রতিসারক মাধ্যমের তল সমতল বা গোলকীয় উভয় প্রকারই হতে পারে। মাধ্যমের প্রতিসারক তল গোলাকার হলে তাকে গোলকীয় প্রতিসারক তল বলে। গোলকীয় প্রতিসারক তল দু ধরনের যেমন– (১) অবতল তল ও (২) উত্তল তল।

(১) অবতল তলে আলোকের প্রতিসরণ ঃ যে গোলকীয় প্রতিসারক তল আপতিত রশ্মির সাপেক্ষে অবতল তাকে অবতল প্রতিসারক তল বলা হয়।



চিত্র-৯.১৩

ধরা যাক μ প্রতিসরাংক বিশিষ্ট কোন মাধ্যমের গোলকীয় অবতল তল XOX′, মেরু O এবং বক্রতার কেন্দ্র C। প্রধান গোলকীয় অবতল তল অক্ষের উপর অবস্থিত P একটি বিন্দু বস্তু। P বিন্দু হতে আগত PM আলোক রশ্মিটি XOX′ তলের M বিন্দুতে আপতিত হয়ে প্রতিসরণের পর MR বরাবর নির্গত হয়। এবং PO রশ্মিটি মেরু বিন্দুতে লম্বভাবে আপতিত হয় বলে সোজা OS বরাবর নির্গত হয়। CNM বিন্দুতে অভিলম্ব, RM রেখাকে পিছন দিকে বর্ধিত করলে তা প্রধান অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে এবং Q বিন্দুতে P বিন্দুর অবাস্তব প্রতিবিম্ব গঠিত হয়।

এখানে, আপতন কোণ, $\angle PMC = i$

প্রতিসরণ কোণ, $\angle NMR = r$

প্রতিসরণের সূত্রানুযায়ী,

$$\mu = \frac{\sin\angle PMC}{\sin\angle NMR} = \frac{\sin\angle PMC}{\sin\angle CMQ} = \frac{\sin i}{\sin r} \quad [\text{যেহেতু } \angle NMR = \angle CMQ = r]$$

বা, $\sin i = \mu \sin r$

বা, $\dfrac{\sin i}{\sin C} = \mu \dfrac{\sin r}{\sin C}$ ------------- (9.34) [উভয় পক্ষকে $\sin C = \sin\angle MCP$ দ্বারা ভাগ করে]

কিন্তু ΔCPM এ,

$\dfrac{\sin i}{\sin C} = \dfrac{PC}{PM}$ ---------------------(9.35) [যেহেতু ত্রিভুজের যে কোন কোণের সাইন এর বিপরীত বাহুর সমানুপাতিক।]

অনুরুপভাবে, ΔCQM এ, $\dfrac{\sin r}{\sin C} = \dfrac{QC}{QM}$ ------------------------(9.36)

সমীকরণ (9.34), (9.35) ও (9.36) হতে পাই, $\frac{PC}{PM} = \mu\frac{QC}{QM}$ ---------------------(9.37)

অবতল প্রতিসারক তলটি খুব ছোট হলে, M ও O বিন্দু দুটি খুব কাছাকাছি হবে।

অতএব, PM = PO.

এবং QM = QO

$\therefore$ সমীকরণ (9.37) হতে,

বা, $\frac{PC}{PO} = \mu\frac{QC}{QO}$

বা, $\frac{PO-CO}{PO} = \mu\left(\frac{QO-CO}{QO}\right)$

বা, $1-\frac{CO}{PO} = \mu\left(1-\frac{CO}{QO}\right)$ ---------------------------(9.38)

উপরোক্ত সমীকরণে,

CO = বক্রতার ব্যাসার্ধ, r

PO = বস্তু দূরত্ব, u

QO = প্রতিবিম্ব দূরত্ব, v বসিয়ে পাই,

$1-\frac{r}{u} = \mu\left(1-\frac{r}{v}\right)$ ------------------------------- (9.39)

কিন্তু চিহ্নের নতুন প্রথা অনুসারে,

CO = – r

PO = + u

QO = – v

সমীকরণ (9.39) হতে,

$$1+\frac{r}{u} = \mu\left(1-\frac{r}{v}\right)$$

বা, $1+\frac{r}{u} = \mu-\frac{r\mu}{v}$

বা, $\frac{r\mu}{v}+\frac{r}{u} = \mu-1$

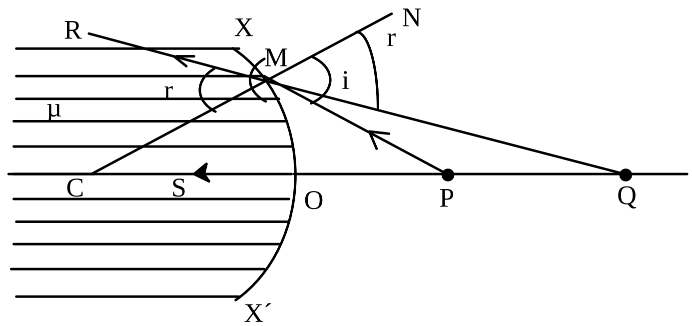
বা, $\frac{\mu}{v}+\frac{1}{u} = \frac{\mu-1}{r}$ ------------------------------- (9.40)

এই সমীকরণটিকে এক অবতল প্রতিসারক তলের সমীকরণ বলা হয়।

৯.৩.২ উত্তল তলে আলোর প্রতিসরণ (Refraction of light on a single convex surface)

যে গোলকীয় প্রতিসারক তল আপতিত আলোক রশ্মির সাপেক্ষে উত্তল তাকে উত্তল প্রতিসারক তল বলে।

ধরা যাক কম বিস্তারের উত্তল প্রতিসারক পৃষ্ঠ বিশিষ্ট এবং বায়ু অপেক্ষা ঘন একটি মাধ্যমকে বায়ু মাধ্যমে রাখা হল। ধরা যাক মাধ্যমটির প্রতিসরাংক μ, প্রধান ছেদ XOX', মেরু O এবং বক্রতার কেন্দ্র C।



চিত্র-৯.১৪

প্রধান অক্ষের উপর অবস্থিত P একটি বিন্দু বস্তু। P হতে আগত PM আলোক রশ্মিটি প্রধান ছেদের M বিন্দুতে আপতিত হল। M বিন্দুতে CMN অভিলম্ব হলে PM রশ্মিটি অভিলম্বের দিকে কিছুটা বেঁকে MR বরাবর প্রতিসৃত হয়।

আবার PO আলোক রশ্মিটি O বিন্দুতে লম্বভাবে আপতিত হয় বলে এটি সোজা POC পথে গমন করে। এখন প্রতিসৃত রশ্মিদ্বয়কে পিছন দিকে বর্ধিত করলে এরা পরস্পর Q বিন্দুতে মিলিত হয়। অতএব Q বিন্দুটি P বিন্দুর অবাস্তব প্রতিবিম্ব।

এখানে,

আপতন কোণ $\angle PMN = i$

প্রতিসরণ কোণ $\angle CMR = r$

প্রতিসরণের সূত্রানুযায়ী,

$$\mu = \frac{\sin i}{\sin r}$$

বা, $\sin i = \mu \sin r$

বা, $\sin(\pi - \angle PMC) = \mu \sin(\pi - \angle QMC)$

বা, $\sin \angle PMC = \mu \sin \angle QMC$

বা, $\frac{\sin\angle PMC}{\sin C} = \mu \frac{\sin\angle QMC}{\sin C}$ ---------------------(9.41) [উভয় পার্শ্বকে sinC দ্বারা ভাগ করে]

এখন, ΔPMC হতে

$$\frac{\sin\angle PMC}{\sin C} = \frac{PC}{PM} \quad \text{-------------------------------(9.42)}$$

এবং ΔQMC হতে, $\frac{\sin\angle QMC}{\sin C} = \frac{QC}{QM}$ ------------------(9.43)

সমীকরণ (9.41), (9.42) ও (9.43) হতে,

$$\frac{PC}{PM} = \mu \frac{QC}{QM}$$

বা, $\frac{PO+OC}{PM} = \mu \frac{QO+OC}{QM}$ ------------------------------------- (9.44)

কিন্তু প্রতিসারক তলটি কম উন্মেষের হওয়ায় M ও O বিন্দু দুটি কাছাকাছি হবে। অতএব সমীকরণ (9.44) হতে,

$$\frac{PO+OC}{PO} = \mu \frac{QO+OC}{QO}$$

বা, $$1 + \frac{OC}{PO} = \mu \left(1 + \frac{OC}{QO}\right) \text{ ---------------------------- } (9.45)$$

চিহ্নের নতুন প্রথা অনুসারে,

OC উত্তল তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ = +r, PO বস্তু দূরত্ব = +u, OQ প্রতিবিম্ব দূরত্ব = –v.

$\therefore$ সমীকরণ (9.45) হতে পাই,

$$1 + \frac{r}{u} = \mu \left(1 + \frac{r}{-v}\right)$$

বা, $$1 + \frac{r}{u} = \mu \left(1 - \frac{r}{v}\right)$$

বা, $$\frac{r}{u} + \mu \frac{r}{v} = \mu - 1$$

বা, $$r\left(\frac{1}{u} + \frac{\mu}{v}\right) = \mu - 1$$

বা, $$\frac{1}{u} + \frac{\mu}{v} = \frac{(\mu-1)}{r} \text{ -------------------------------- } (9.46)$$

উপরোক্ত সমীকরণটি একটি উত্তল প্রতিসারক তল বিশিষ্ট মাধ্যমের জন্য u, v, r ও μ এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনকারী সমীকরণ।

সমীকরণ (9.40) ও (9.46) হতে দেখা যাচ্ছে, প্রতিসারক তলটি অবতল বা উত্তল যাই হোক না কেন তাদের সমীকরণ দুটি একইরূপ হবে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন

১। গোলকীয় প্রতিসারক তল কত প্রকার ও কি কি? উত্তল ও অবতল প্রতিসারক তলের সংজ্ঞা লিখুন।

২। প্রমাণ করুন যে, $\frac{1}{u} + \frac{\mu}{v} = \frac{\mu-1}{r}$, যেখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।

পাঠ ৪ লেন্স

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি-

- লেন্সের সংজ্ঞা বলতে পারবেন;
- লেন্সের বিবর্ধনের সূত্র প্রতিপাদন করতে পারবেন;
- লেন্স দ্বারা প্রতিবিম্ব কিভাবে গঠিত হয় তা জানতে পারবেন।

৯.৪.১ লেন্স

দুটি তল দ্বারা সীমাবদ্ধ কোন স্বচ্ছ সমসত্ত্ব মাধ্যমের অন্তত একটি তল গোলকীয় হলে তাকে লেন্স বলে। লেন্স সাধারণত কাচ, কোয়ার্টজ, স্বচ্ছ প্লাষ্টিক ইত্যাদি দ্বারা তৈরী করা হয়।

লেন্স প্রধানত দু'ধরনের।

১। উত্তল লেন্স (convex lens) এবং

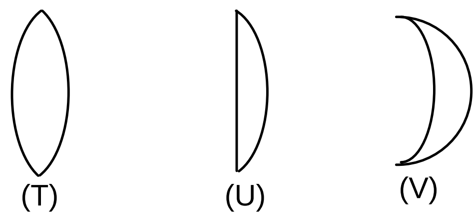
২। অবতল লেন্স (concave lens)

১। উত্তল লেন্স (convex lens) ঃ যে লেন্সের পৃষ্ঠদ্বয়ের মধ্যভাগ অপেক্ষা অগ্রভাগ সরু তাকে উত্তল লেন্স বলে। উত্তল লেন্সকে অভিসারী লেন্সও বলা হয়। উত্তল লেন্স তিন প্রকার, যথা–

(ক) উভোত্তল (Bi-convex) ঃ এ লেন্সের উভয় পৃষ্ঠ উত্তল।

(খ) সমতল উত্তল (Plano-convex Lens) ঃ এ লেন্সের একটি পৃষ্ঠ সমতল আরেকটি উত্তল।

(গ) অবতল উত্তল (Concavo-convex Lens) ঃ এ লেন্সের একটি পৃষ্ঠ অবতল অপরটি উত্তল।



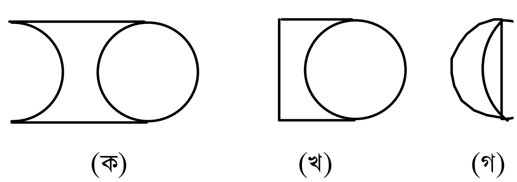
চিত্র-৯.১৫

২। অবতল লেন্স (Concave Lens) ঃ যে লেন্সের তলদ্বয়ের অগ্রভাগ মধ্যভাগ অপেক্ষা মোটা তাকে অবতল লেন্স বলে (চিত্র-৯.৪.২)। অবতল লেন্সকে অপসারী লেন্সও বলা হয়। অবতল লেন্স ও তিন ধরনের হতে পারে। যথা–

(ক) উভোবতল (Bi-Concave) ঃ এ লেন্সের উভয় পৃষ্ঠ অবতল।

(খ) সমতল-অবতল (Plano–concave) ঃ এ লেন্সের একটি পৃষ্ঠ সমতল অপরটি অবতল।

(গ) উত্তল-অবতল (Convexo–concave Lens) ঃ এ লেন্সের একটি পৃষ্ঠ উত্তল অপরটি অবতল।

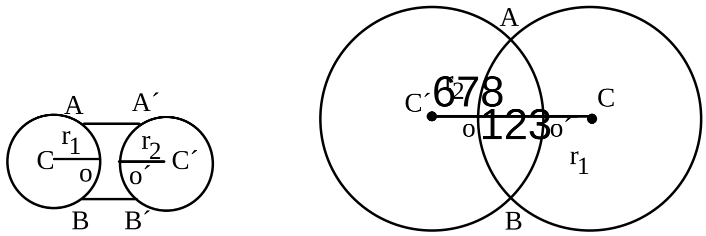


চিত্র-৯.১৬

লেন্সের ব্যবহারঃ বিবর্ধক কাচ (magnifying glass), আতসী কাচ, চশমা, ক্যামেরা, অনুবীক্ষণ যন্ত্র, দূরবীক্ষণ যন্ত্র ও অন্যান্য আলোক যন্ত্রে লেন্স ব্যবহৃত হয়।

৯.৩.২ কতিপয় প্রয়োজনীয় সংজ্ঞা

(১) **বক্রতার কেন্দ্র (Centre of Curvature)** ঃ লেন্সের কোন তল যে গোলকের অংশ সেই গোলকের কেন্দ্রকে ঐ তলের বক্রতার কেন্দ্র বলে। চিত্র (৯.১৭) এ C ও C′ লেন্সের তলদ্বয়ের বক্রতার কেন্দ্র।



(ক) (খ)

চিত্র-৯.১৭

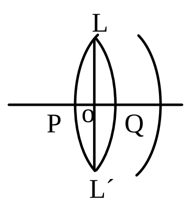
(২) **বক্রতার ব্যাসার্ধ (Radius of Curvature)** ঃ লেন্সের কোন তল যে নির্দিষ্ট গোলকের অংশ, ঐ গোলকের ব্যাসার্ধই উক্ত তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ। চিত্রে r_1 ও r_2 লেন্সের তলদ্বয়ের বক্রতার ব্যাসার্ধ।

(৩) **প্রধান অক্ষ (Principal axis)** ঃ লেন্সের বক্রতার কেন্দ্রদ্বয় সংযোজক রেখাকে লেন্সের প্রধান অক্ষ বলে। চিত্র (৯.১৭) এ CC′ AB লেন্সের প্রধান অক্ষ।

(৪) **মেরু (Pole)** ঃ প্রধান অক্ষ লেন্সের পৃষ্ঠ কে যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে মেরু বিন্দু বলে। চিত্র-৯.১৭ O ও O´ বিন্দুদ্বয় লেন্সের মেরু।

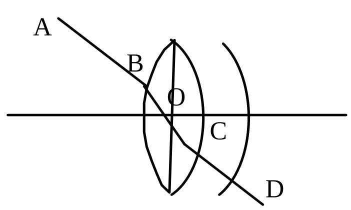
(৫) **সরু লেন্স (Thin Lens)** ঃ লেন্সের মেরুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বকে বেধ বলে। যে লেন্সের বেধ এর বক্রতার ব্যাসার্ধ অপেক্ষা খুব ছোট তাকে সরু বা পাতলা লেন্স বলে।

(৬) **উন্মেষ (Aperture) :** লেন্সের বৃত্তাকার পরিধির ব্যাসকে উন্মেষ বলে। চিত্র-(৯.১৮) LL´ লেন্সটির উন্মেষ-



চিত্র-৯.১৮

(৭) **আলোক যন্ত্র (Optical Centre)** ঃ লেন্সে আলোক রশ্মির প্রতিসরণের সময় আপতিত রশ্মি ও প্রতিসৃত রশ্মি যদি সমান্তরাল হয় তবে প্রতিসৃত রশ্মি প্রধান অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে তাকে লেন্সের আলোক কেন্দ্র বলে। প্রতিটি লেন্সের একটি নির্দিষ্ট আলোক কেন্দ্র থাকে। চিত্রে AB ও CD রশ্মি দ্বয় সমান্তরাল এবং O লেন্সের আলোক কেন্দ্র।



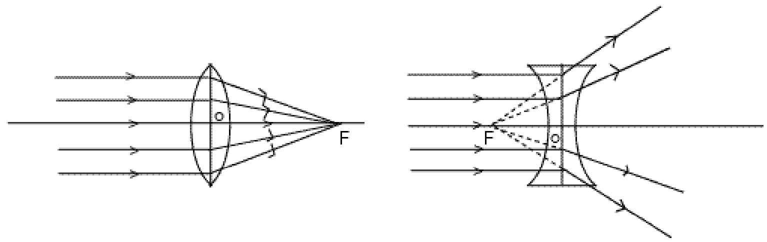
চিত্র-৯.১৯

(৮) **প্রধান ফোকাস (Principal Focus) ঃ** লেন্সের প্রধান অক্ষের হয়ে সমান্তরাল এক গুচ্ছ আলোক রশ্মি লেন্সে আপতিত হয়ে প্রতিসরণের পর প্রধান অক্ষের যে বিন্দুতে মিলিত হয় বা প্রধান অক্ষের যে বিন্দু হতে ছড়িয়ে পড়ছে বলে মনে হয় তাকে ঐ লেন্সের প্রধান ফোকাস বলে। লেন্সের দুটি প্রধান ফোকাস থাকে। যেমন–

(ক) প্রথম প্রধান ফোকাস (First Principal Focus)

(খ) দ্বিতীয় প্রধান ফোকাস (Second Principal Focus)

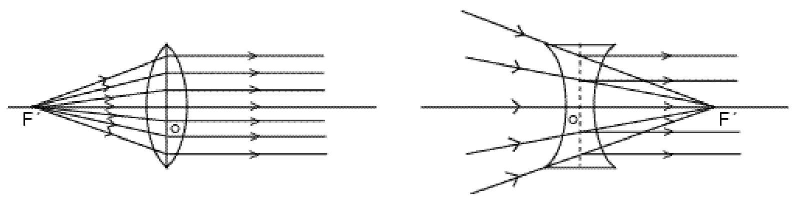
(ক) দ্বিতীয় প্রধান ফোকাস (Second principal Focus) কোন লেন্সের প্রধান অক্ষের সমান্তরাল এক গুচ্ছ আলোক রশ্মি লেন্সে প্রতিসরনের পর প্রধান অক্ষের উপর যে বিন্দুতে মিলিত হয় বা যে বিন্দু হতে ছড়িয়ে পড়ছে বলে মনে হয় তাকে দ্বিতীয় প্রধান ফোকাস বলে।



(ক) (খ)

চিত্র-৯.২০ প্রথম প্রধান ফোকাস বিন্দু

(খ) প্রথম প্রধান ফোকাস (First Principal Focus) ঃ প্রথম প্রধান ফোকাস কোন লেন্সের প্রধান অক্ষের উপর অবস্থিত এমন একটি বিন্দু যা হতে আগত বা যে বিন্দু অভিমুখী একগুচ্ছ সরু আলোকরশ্মি লেন্সে প্রতিসরণের পর প্রধান অক্ষের সমান্তরালে নির্গত হয়। চিত্রে F′ প্রধান প্রধান ফোকাস।

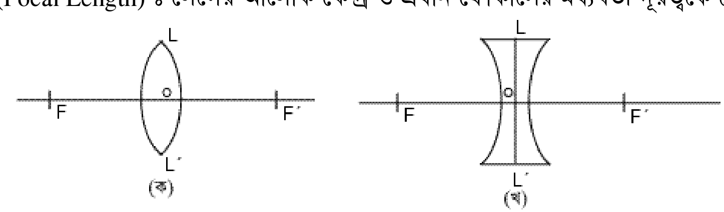


(ক) (খ)

চিত্র-৯.২১ দ্বিতীয় প্রধান ফোকাস বিন্দু

চিত্রে উভয় লেন্সের ক্ষেত্রে ২য় প্রধান ফোকাস দেখানো হলো। চিত্রে (৯.২০) এবং (৯.২১) হতে লক্ষ্য করা যাচ্ছে, যে উত্তল লেন্সের আলোক রশ্মি প্রতিসরণের পর তা অভিসারী রশ্মি গুচ্ছে অর্থাৎ আলোক রশ্মিগুচ্ছ প্রধান অক্ষের কোন বিন্দুতে মিলিত হয় তাই এ ধরনের লেন্সকে অভিসারী লেন্স বলে। অনুরূপ ভাবে অবতল লেন্সের ক্ষেত্রে আলোক রশ্মি প্রতিসরণের পর অপসারী রশ্মি গুচ্ছে অর্থাৎ কোন বিন্দু হতে বিচ্ছুরণ হচ্ছে বা ছড়িয়ে পড়ছে বলে মনে হয়। অবতল লেন্সকে তাই অপসারী লেন্স ও বলা হয়ে থাকে।

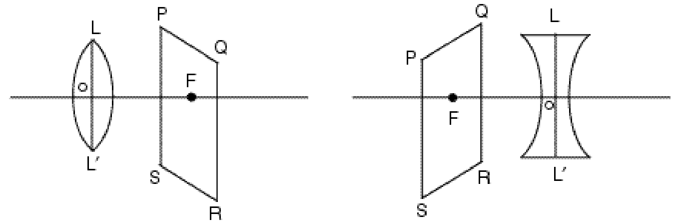
(৯) ফোকাস দূরত্ব (Focal Length) ঃ লেন্সের আলোক কেন্দ্র ও প্রধান ফোকাসের মধ্যবর্তী দূরত্বকে ফোকাস দূরত্ব বলে।



চিত্র-৯.২২

চিত্র (৯.২২) এ LL′ লেন্সের আলোক কেন্দ্র O এবং F ও F′ যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় ফোকাস বিন্দু হলে OF এবং OF′ লেন্সের ফোকাস দূরত্ব।

(১০) ফোকাস তল (Focal Plane) ঃ কোন লেন্সের প্রধান ফোকাসের মধ্য দিয়ে প্রধান অক্ষের সাথে লম্বভাবে কল্পিত তলকে ফোকাস তল বলে।

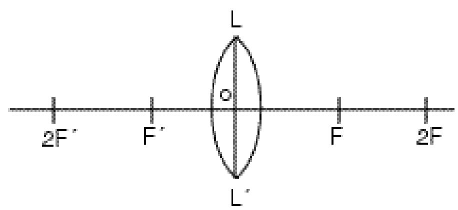


(ক) (খ)

চিত্র-৯.২৩

চিত্রে PQRS একটি ফোকাস তল।

(১১) অনুবন্ধী ফোকাস (Conjugate foci) ঃ কোন লেন্সের প্রধান অক্ষের উপরস্থ লেন্সের উভয় পাশে এমন কতগুলো জোড়া বিন্দু আছে যাদের একটিতে বস্তু রাখলে অন্যটিতে প্রতিবিম্ব গঠিত হয়। এরূপ জোড়া বিন্দু গুলোকে অনুবন্ধী ফোকাস বলে।



চিত্র-৯.২৪

চিত্রে LOL′ উত্তল লেন্সটির 2F বিন্দুতে বস্তু রাখলে 2F′ বিন্দুতে প্রতিবিম্ব গঠিত হবে।

৯.৪.৩ লেন্সের চিহ্নের রীতি (Convention of sign for lens)

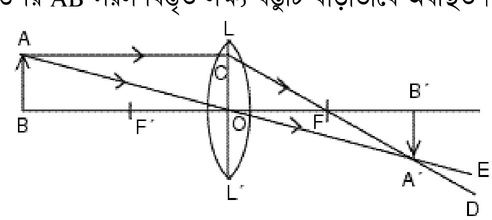
এ অধ্যায়ে লেন্সের ক্ষেত্রে চিহ্নের নতুন প্রথা ব্যবহার করা হবে। লেন্সের ক্ষেত্রে সকল দূরত্ব আলোক কেন্দ্র হতে পরিমাপ করা হয়। চিহ্নের এ প্রথা অনুযায়ী, বাস্তব বস্তু দূরত্ব, বাস্তব প্রতি বিম্ব দূরত্ব এবং বাস্তব ফোকাস দূরত্ব রাশি।

(১) উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব এবং বক্রতার ব্যাসার্ধ ধনরাশি।

(২) অবতল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব ও বক্রতার ব্যাসার্ধ ঋণরাশি।

৯.৪.৪ লেন্সের সমীকরণ (Equation of lenses)

(ক) উত্তল লেন্স (Convex lens) ঃ ধরা যাক, LL′ উভোত্তল লেন্সের আলোক কেন্দ্র O প্রথম প্রধান ফোকাস F′ এবং দ্বিতীয় প্রধান ফোকাস F, প্রধান অক্ষের উপর AB সরল বিস্তৃত লক্ষ্য বস্তুটি খাড়াভাবে অবস্থিত।



চিত্র-৯.২৫

লক্ষ্য বস্তুর A বিন্দু হতে প্রধান অক্ষের সমান্তরাল AC আলোক রশ্মিটি লেন্সের C বিন্দুতে প্রতিসরণের পর প্রধান ফোকাসের মধ্য দিয়ে CFD পথে যায়। A বিন্দু হতে আগত অপর একটি রশ্মি AO লেন্সের আলোক কেন্দ্র দিয়ে সোজা AOE পথে যায়। CFD এবং OE রশ্মি দ্বয় পরস্পর A′ বিন্দুতে ছেদ করে। A′ হতে প্রধান অক্ষের উপর A′B′ লম্ব টানলে A′B′ ই AB বস্তুটির বাস্তব ও উল্টা প্রতিবিম্ব হবে।

এখন চিত্র (৯.২৫) এ

ΔAOB এবং $\Delta A'OB'$ সদৃশ ত্রিভুজ [$\because \angle A'B'O = \angle A'B'O =$ এক সমকোণ

$\therefore \quad \frac{AB}{A'B'} = \frac{BO}{OB'}$ -------------------(9.47) $\angle AOB = \angle A'OB'$ [বিপ্রতীপ কোণ

এবং $\angle BAO = \angle B'A'O$ [$\because$ AB||AB ও AOA′ উহাদের ছেদক]

আবার, অনুরূপভাবে ΔCOF এবং $\Delta A'B'F$ সদৃশ।

$\therefore \quad \frac{CO}{A'B'} = \frac{OF}{FB'}$ -------------------(9.48)

কিন্তু $AB = CO$

$\therefore$ সমীকরণ (9.48) হতে, $\frac{AB}{A'B'} = \frac{OF}{FB'}$ ------------------------ (9.49)

এখন সমীকরণ (9.47) ও (9.49) কে তুলনা করলে,

$$\frac{BO}{OB'} = \frac{OF}{FB'}$$

বা, $\quad \frac{BO}{OB'} = \frac{OF}{OB'-OF}$ ---------------------------------- (9.50)

সমীকরণ (9.50) এ,

BO = বস্তুর দূরত্ব = u

OB′ = প্রতিবিম্ব দূরত্ব = v

OF = ফোকাস দূরত্ব = f

চিহ্নের নতুন প্রথা অনুসারে সকল বাস্তব দূরত্ব ধনাত্মক। কাজেই, u, v ও f সবই ধনরাশি।

সমীকরণ (9.50) হতে,

$$\frac{u}{v} = \frac{f}{v-f}$$

বা, $\quad \frac{v-f}{v} = \frac{f}{u}$

বা, $\quad 1 - \frac{f}{v} - \frac{f}{u} = 0$

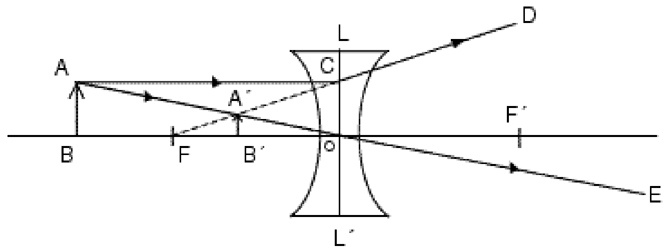
বা, $\quad f\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{u}\right) = 1$

বা, $\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ ------------------------- (9.51)

এ সমীকরণটি উত্তল লেন্সের সাধারণ সমীকরণ।

(খ) অবতল লেন্স (Concave Lens)

ধরা যাক, LL′ একটি সরু উভোবতল লেন্সের আলোক কেন্দ্র O এবং দ্বিতীয় প্রধান ফোকাস F। লেন্সটির প্রধান অক্ষের উপর AB লক্ষ্য বস্তুটি লম্বভাবে অবস্থিত।



চিত্র-৯.২৬

AB লক্ষ্যবস্তুর A বিন্দু হতে প্রধান অক্ষের সমান্তরাল AC আলোক রশ্মিটি লেন্সের C বিন্দুতে প্রতিসরণের পর CD বরাবর বেকে যায়। CD কে পেছন দিকে বর্ধিত করলে তা F বিন্দুতে ছেদ করে। আবার AO আলোক রশ্মিটি আলোক কেন্দ্র দিয়ে সোজা AOE পথে যায়। CD এর বর্ধিতাংশ ও AE রশ্মিদ্বয় পরস্পর A′ বিন্দুতে মিলিত হয়। A′ হতে প্রধান অক্ষের উপর A′B′ লম্ব টানা হলো। A′B′ ই AB বস্তুর অবাস্তব ও সোজা প্রতিবিম্ব।

এখন চিত্র (৯.২৬) হতে,

ΔAOB ও $\Delta A'OB'$ সদৃশ

$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{OB}{OB'}$ --------------------------(9.52)

আবার ΔCFO ও $\Delta A'FB'$ সদৃশ

$\therefore \frac{CO}{A'B'}=\frac{OF}{FB'}$ ------------------------- (9.53)

কিন্তু ABOC আয়তক্ষেত্রে

$AB = CO$ ----------------------------------(9.54)

$\therefore$ সমীকরণ (9.52) ও (9.53) হতে,

$$\frac{OB}{OB}=\frac{OF}{FB'}$$

বা, $\frac{OB}{OB'}=\frac{OF}{OF-OB'}$ ----------------------- (9.55)

এখানে, OB = বস্তুর দূরত্ব = u

OB′ = প্রতিবিম্বের দূরত্ব = v

OF = ফোকাস দূরত্ব = f

চিহ্নের নতুন প্রথানুসারে

অবতল লেন্সের বস্তু দূরত্ব $= + u$

অবতল লেন্সের প্রতিবিম্ব দূরত্ব $= - v$

অবতল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব $= - f$.

$\therefore$ সমীকরণ (9.55) হতে,

$$\frac{u}{-v} = \frac{-f}{-f-(-v)}$$

বা, $\frac{u}{v} = \frac{f}{v-f}$

বা, $\frac{v-f}{v} = \frac{f}{u}$

বা, $1 - \frac{f}{v} - \frac{f}{u} = 0$

বা, $f\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{u}\right) = 1$

বা, $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ ---------------------------- (9.56)

উপরোক্ত সমীকরণটি অবতল লেন্সের সাধারণ সমীকরণ। সমীকরণ (9.51) এবং (9.56) হতে দেখা যাচ্ছে উত্তল ও অবতল উভয় লেন্সের ক্ষেত্রে লেন্সের সাধারণ সমীকরণ একই। অতএব,

$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ সমীকরণটি f ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট কোন সরু লেন্সের সাধারণ সমীকরণ।

৯.৪.৫ বিবর্ধন (Magnification)

কোন লেন্সের ক্ষেত্রে বিবর্ধন বলতে বুঝায় লেন্সটি কোন বস্তুর প্রতিবিম্ব বস্তুর তুলনায় কতগুণ বড় বা ছোট করতে পারে। বিবর্ধন বলতে সাধারণত আমরা রৈখিক বিবর্ধন বুঝি।

অতএব প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্যের ও বস্তুর দৈর্ঘ্যে অনুপাতকে রৈখিক বিবর্ধন বলে। একে m দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\therefore$ $m = \frac{\text{প্রতিবিম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{বস্তুর দৈর্ঘ্য}}$

বা, $m = \frac{A'B'}{AB}$ [চিত্র (৯.২৫) ও (৯.২৬) দ্রষ্টব্য]

আবার সমীকরণ (9.47) হতে

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB}$$

$\therefore$ $m = \frac{OB'}{OB} = \frac{\text{প্রতিবিম্বের দূরত্ব}}{\text{বস্তুর দূরত্ব}}$

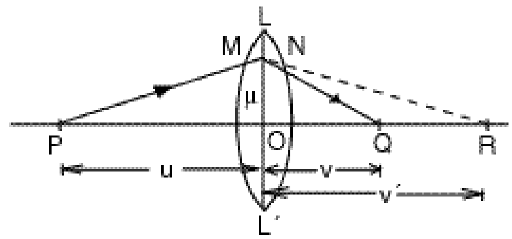
বা, $m = \frac{v}{u}$

বিবর্ধনের চিহ্ন সংক্রান্ত সংশোধন করে, $m = \frac{-v}{u}$ ------------------------- (9.47)

উপরোক্ত সমীকরণটি উত্তল ও অবতল উভয় প্রকার লেন্সের জন্যই প্রযোজ্য।

৯.৪.৬ লেন্স প্রস্তুতকারকের সূত্রকরণ (Lens Maker's formula)

ধরা যাক, কোন সরু উভোত্তল লেন্সের উপাদানের প্রতিসরাংক μ, একে বায়ু মাধ্যমে রাখা হল। লেন্সটির আলোক কেন্দ্র O, গোলাকার পৃষ্ঠদ্বয়ের বক্রতার ব্যাসার্ধ যথাক্রমে R_1 ও R_2। লেন্সের প্রধান অক্ষের উপর অবস্থিত AP একটি বিন্দু বস্তু।



চিত্র-৯.২৭

P বিন্দু হতে আগত আলোক রশ্মি PM লেন্সের ১ম প্রতিসারক পৃষ্ঠের M বিন্দুতে MN বরাবর প্রতিসৃত হয় এবং ২য় প্রতিসারক পৃষ্ঠের N বিন্দুতে পুনরায় প্রতিসৃত হয়ে NQ বরাবর নির্গত হয়। আবার P হতে অপর একটি আলোক রশ্মি লেন্সের আলোককেন্দ্র দিয়ে সোজা PO বরাবর নির্গত হয়। প্রধান অক্ষের উপর Q বিন্দুটি P বিন্দুর প্রতিবিম্ব। MN রশ্মিটিকে বর্ধিত করলে তা প্রধান অক্ষকে R বিন্দুতে ছেদ করে। এখন দ্বিতীয় প্রতিসারক পৃষ্ঠটি না থাকলে R বিন্দুটি এক তলবিশিষ্ট প্রতিসারক পৃষ্ঠের জন্য P বিন্দুর প্রতিবিম্ব হতো।

প্রথম প্রতিসারক পৃষ্ঠে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে,

PO = বস্তুর দূরত্ব = u

OR = প্রতিবিম্বের দূরত্ব = v'

বক্রতার ব্যাসার্ধ = R

সমীকরণ (9.46) হতে লেখা যায়।

$$\frac{\mu}{v'} + \frac{1}{u} = \frac{\mu - 1}{R_1} \quad \text{-------------------------------------} \quad (9.58)$$

আবার, ২য় প্রতিসারক পৃষ্ঠে প্রতিসরণের ক্ষেত্রে,

বস্তুর দূরত্ব = $-v'$

প্রতিবিম্বের দূরত্ব = v

এবং ২য় পৃষ্ঠের বক্রতার ব্যাসার্ধ = R_2 হলে

আপতন মাধ্যম সাপেক্ষে প্রতিসরণ মাধ্যমের প্রতিসরাংক $= \frac{1}{\mu}$.

$$\frac{\frac{1}{\mu}}{v} + \frac{1}{-v'} = \frac{\frac{1}{\mu} - 1}{R_2}$$

বা, $$\frac{\frac{1}{\mu}}{v} - \frac{1}{v'} = \frac{\frac{1}{\mu} - 1}{R_2}$$

বা, $$\frac{1}{\mu v} - \frac{1}{v'} = \frac{1 - \mu}{\mu R_2}$$

বা, $$\frac{1}{v} - \frac{\mu}{v'} = \frac{-(\mu - 1)}{R_2} \quad \text{------------------------------} \quad (9.59)$$

সমীকরণ (9.58) ও (9.59) যোগ করে,

$$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=(\mu-1)\left[\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right] \text{ ------------------------ } (9.60)$$

এখন বস্তু অসীম দূরত্বে থাকলে প্রতিবিম্ব প্রধান ফোকাসে গঠিত হয়। অতএব,

$u=\alpha$ এবং $v=f$ হলে সমীকরণ (9.60) হতে,

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{\alpha}=(\mu-1)\left[\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right]$$

বা, $$\frac{1}{f}=(\mu-1)\left[\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right] \text{ --------------------------- } (9.61)$$

এ সমীকরণকে লেন্স প্রস্তুতকারকের সূত্র বলা হয়। লেন্সের পৃষ্ঠদ্বয়ের বক্রতার ব্যাসার্ধ R_1 ও R_2 এর মান কত হলে একটি নির্দিষ্ট ফোকাস দূরত্বের লেন্স প্রস্তুত করা যায় তা এই সূত্র থেকে জানা যাবে।

৯.৪.৭ লেন্সের ক্ষমতা (Poer of a Lens)

কোন লেন্সের প্রধান অক্ষের সমান্তরাল একগুচ্ছ আলোক রশ্মিকে প্রতিসরণের পর অভিসারী বা অপসারী রশ্মি গুচ্ছে পরিণত করার সামর্থ্যকে ঐ লেন্সের ক্ষমতা বলে।

লেন্সের প্রধান অক্ষের সমান্তরাল আলোক রশ্মি প্রতিসরণের পর প্রধান ফোকাসে মিলিত হয় বা প্রধান ফোকাস হতে ছড়িয়ে পড়ে বলে মনে হয়। অতএব আলোক রশ্মি প্রতিসরনের পর যত বেশী অভিসারী হবে অর্থাৎ প্রধান অক্ষের দিকে বেকে যাবে তার ফোকাস দূরত্ব তত কম। অতএব কোন লেন্সের ফোকাস দূরত্ব যত কম তার ক্ষমতা তত বেশী। লেন্সের ক্ষমতা ফোকাস দূরত্বের ব্যাস্তানুপাতিক।

লেন্সের ক্ষমতাকে P দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কোন লেন্সের ফোকাস দূরত্ব f হলে এর ক্ষমতা

$$P=\frac{1}{f}$$

ক্ষমতার একক ডায়পটর (Dioptre) একে সংক্ষেপে 'D' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সংজ্ঞা ঃ কোন লেন্সের ফোকাস দূরত্ব এক মিটার হলে এর ক্ষমতাকে এক ডায়পটার বলে।

অতএব লেখা যায়, $P=\frac{1}{f(\text{metre})}$

উত্তল লেন্সের ক্ষমতা ধনরাশি এবং অবতল লেন্সের ক্ষমতা ঋণরাশি।

৯.৪.৮ প্রতিবিম্ব নির্ণয়ের বিভিন্ন পদ্ধতি (Different procedures to determine Images)

কোন লেন্সের সামনে বস্তুর অবস্থান ভেদে এর প্রতিবিম্বের অবস্থান, প্রকৃতি ও বিবর্ধন ভিন্ন হয়। বস্তুর অবস্থান ভেদে এর প্রতিবিম্বের অবস্থান, প্রকৃতি ও বিবর্ধন নির্ণয়ের দুটি পদ্ধতি রয়েছে।

(ক) সমীকরণের সাহায্যে ও

(খ) রশ্মি চিত্রের সাহায্যে

(ক) সমীকরণের সাহায্যে ঃ লেন্সের সাধারণ সমীকরণ $\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}$ এখানে u ও f জানা থাকলে v নির্ণয় করা যায়।

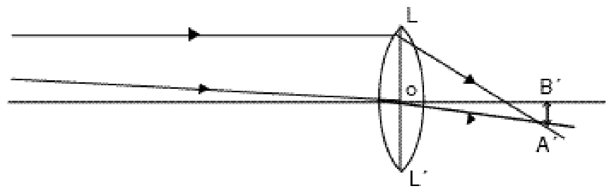
(খ) রশ্মি চিত্রের সাহায্যে ঃ বস্তুর আকৃতি ও অবস্থান জানা থাকলে এ পদ্ধতিতে প্রতিবিম্বের অবস্থান, প্রকৃতি ও বিবর্ধন নির্ণয় করা যায়।

৯.৪.৯ বস্তুর বিভিন্ন অবস্থানের জন্য রশ্মি চিত্রের সাহায্যে প্রতিবিম্ব নির্ণয়

(ক) উত্তল লেন্স (Converging lens / Convex lens) ঃ

LL′ একটি সরু উভোত্তল লেন্স। এর আলোক কেন্দ্র O, প্রধান ফোকাস F এবং ফোকাস দূরত্ব f_1 প্রধান অক্ষের উপর AB লক্ষ্য বস্তুটি খাড়াভাবে অবস্থিত। প্রধান অক্ষের উপর বস্তুর বিভিন্ন অবস্থানের জন্য প্রতিবিম্বের অবস্থান রশ্মি চিত্রের সাহায্যে অংকন করা হলো।

(i) বস্তু অসীমে অবস্থিত ঃ



চিত্র-৯.২৮

অসীম দূরত্বে অবস্থিত বস্তুর একই বিন্দু হতে আগত এবং লেন্সে আপতিত আলোক রশ্মি গুলো পরস্পর সমান্তরাল ধরা যায়। চিত্রে বস্তুত হতে আগত এরূপ পরস্পর সমান্তরাল দুটি আলোক লেন্সে প্রতিসরনের পর A′ বিন্দুতে মিলিত হয় এবং A′B′. প্রতিবিম্বটি গঠন করে।

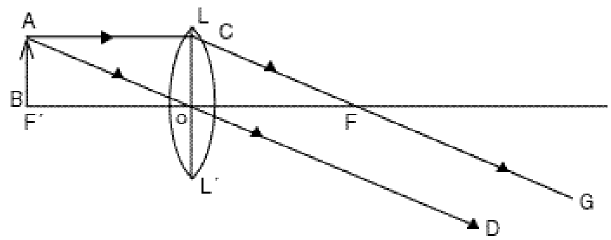
এক্ষেত্রে, বস্তুর অবস্থান $\rightarrow$ অসীমে $(u = \alpha)$

প্রতিবিম্বের অবস্থান $\rightarrow$ প্রধান ফোকাস তলে $(v = f)$

প্রতিবিম্বের প্রকৃতি $\rightarrow$ বাস্তব ও উল্টা

প্রতিবিম্বের u আকার $\rightarrow$ বস্তু অপেক্ষা ছোট।

(ii) বস্তু প্রধান ফোকাসে অবস্থিত ঃ



চিত্র-৯.২৯

AB বস্তুটি প্রধান ফোকাস F′ এ অবস্থিত। বস্তুর A বিন্দু হতে প্রধান অক্ষের সমান্তরাল আলোক রশ্মি AC লেন্সে প্রতিসরণের পর CFG পথে এবং অপর একটি রশ্মি AO আলোক কেন্দ্র দিয়ে OD বরাবর নির্গত হয়। রশ্মিদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল এবং অসীমে মিলিত হয়। অতএব AB বস্তুর প্রতিবিম্ব অসীমে অবস্থিত।

এখানে, বস্তুর অবস্থান $\rightarrow$ প্রধান ফোকাসে $(u = f)$

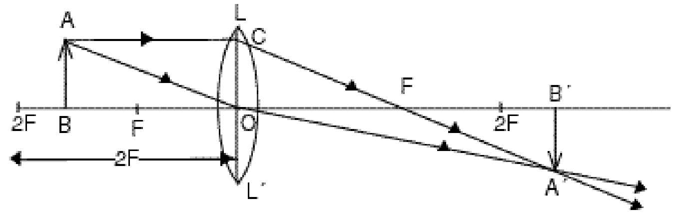
প্রতিবিম্বের $\rightarrow$ অসীমে $(v = \infty)$

প্রতিবিম্বের প্রকৃতি $\rightarrow$ (i) বাস্তব ও উল্টা অথবা

(ii) অবাস্তব ও সোজা

প্রতিবিম্বের আকার $\rightarrow$ বস্তু অপেক্ষা বড়।

(iii) বস্তু f ও 2f এর মধ্যে অবস্থিত ঃ



চিত্র-৯.৩০

AB বস্তুর A বিন্দু হতে আগত AC ও AO রশ্মি হয়ে প্রতিসরণের পর A′ বিন্দুতে মিলিত হয়। অতএব A′B′ বস্তুর বাস্তব, উল্টা ও বিবর্ধিত প্রতিবিম্ব।

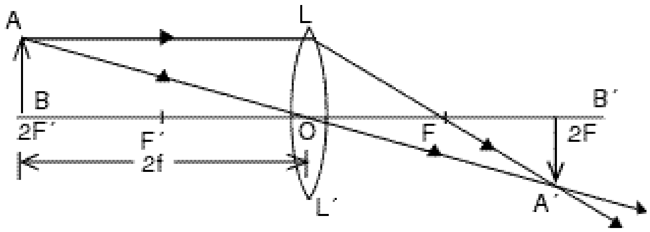
এখানে, বস্তুর অবস্থান $\rightarrow$ f ও 2f এর মধ্যে ($f<u<2f$)

প্রতিবিম্বের অবস্থান $\rightarrow$ 2f এর বাইরে

প্রতিবিম্বের প্রকৃতি $\rightarrow$ বাস্তব ও উল্টা

প্রতিবিম্বের আকার $\rightarrow$ বস্তু অপেক্ষা বড়।

(iv) বস্তু 2f দূরত্বে অবস্থিত ঃ



চিত্র-৯.৩১

AB বস্তুটির A বিন্দু হতে আগত রশ্মিদ্বয় AC ও AO লেন্সে প্রতিসরণের পর পরস্পর A′ বিন্দুতে মিলিত হয়। অতএব A′B′ ই AB এর প্রতিবিম্ব।

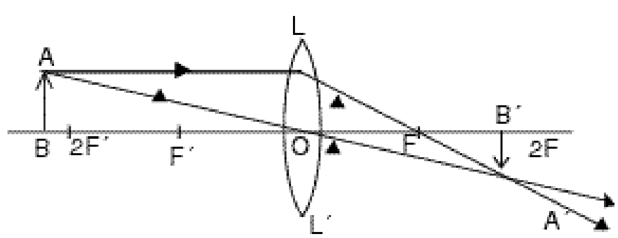
এখানে, বস্তুর অবস্থান $\rightarrow$ 2f দূরত্বে ($u = 2f$)

প্রতিবিম্বের অবস্থান $\rightarrow$ দূরত্বে ($v = 2f$)

প্রতিবিম্বের প্রকৃতি $\rightarrow$ বাস্তব ও উল্টা

প্রতিবিম্বের আকার $\rightarrow$ বস্তুর সমান।

(v) বস্তু 2f অপেক্ষা বেশি দূরে অবস্থিত ঃ



চিত্র-৯.৩২

AB বস্তুর A বিন্দু হতে আগত রশ্মিদ্বয় AC ও AO লেন্সে প্রতিসরণের পর পরস্পর A′ বিন্দুতে মিলিত হয়। তাহলে A′B′ হলো AB বস্তুর বাস্তব ও উল্টা প্রতিবিম্ব।

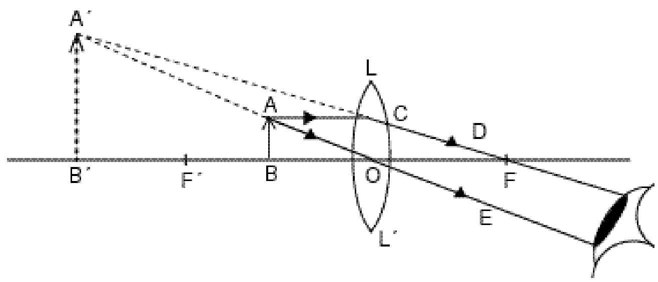
এখানে, বস্তুর অবস্থান $\rightarrow$ 2f এর বাইরে, [u>2f]

প্রতিবিম্বের অবস্থান $\rightarrow$ f ও 2f এর মধ্যে

প্রতিবিম্বের প্রকৃতি $\rightarrow$ বাস্তব ও উল্টা

প্রতিবিম্বের আকার $\rightarrow$ বস্তু অপেক্ষা ছোট

(vi) বস্তু আলোক কেন্দ্র ও প্রধান ফোকাসের মধ্যে অবস্থিত ঃ



চিত্র-৯.৩৩

AB বস্তুটি যদি লেন্সের আলোক কেন্দ্র এবং প্রধান ফোকাস এর মধ্যে অবস্থিত হয় তাহলে এর বাস্তব প্রতিবিম্ব পাওয়া যায় না। এক্ষেত্রে বস্তুর A বিন্দু হতে আগত AC ও AO রশ্মিদ্বয় প্রতিসরণের পর যথাক্রমে CF ও OE পথে যায়। এই রশ্মিদ্বয়কে পেছন দিকে বর্ধিত করলে এরা A′ বিন্দুতে মিলিত হয়। অতএব এখানে A′B′ বস্তুর অবাস্তব ও সোজা প্রতিবিম্ব এবং এটি বস্তু লেন্সের যে পাশে আছে সেই পাশে অবস্থিত।

এখানে, বস্তুর অবস্থান $\rightarrow$ ফোকাসের মধ্যে (u<f)

প্রতিবিম্বের অবস্থান $\rightarrow$ বস্তু যে পাশে অবস্থিত সে পাশে

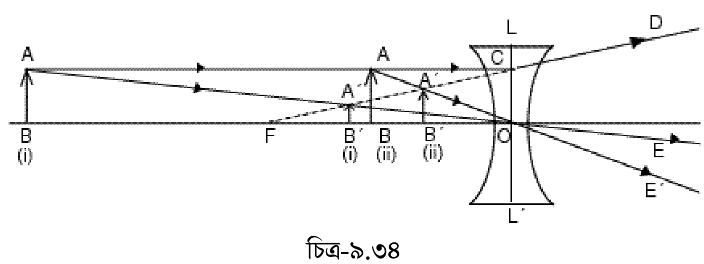
প্রতিবিম্বের প্রকৃতি $\rightarrow$ অবাস্তব ও খাড়া

প্রতিবিম্বের আকার $\rightarrow$ বস্তু অপেক্ষা বহুগণ বড়।

(খ) অবতল লেন্স Diverging lens / Concave Lens) ঃ ধরা যাক, E একটি সরু অবতল লেন্স (চিত্র–)। O লেন্সের আলোক কেন্দ্র, F দ্বিতীয় প্রধান ফোকাস, OF প্রধান অক্ষ। AB হচ্ছে প্রধান অক্ষের উপর লম্বভাবে অবস্থিত একটি সরল বিস্তৃত বস্তু।

অবতল লেন্সের ক্ষেত্রে, বস্তুর যে কোন অবস্থানের জন্য প্রতিবিম্ব নির্ণয়ের পদ্ধতি একই। নিম্নে তা আলোচনা করা হল।

বাস্তব অবস্থান (i) এর জন্য, A বিন্দু হতে আগত প্রধান অক্ষের সমান্তরাল আলোক রশ্মি AC লেন্সে প্রতিসরণের পর, CD পথে যায়।



চিত্র-৯.৩৪

D কে পেছন দিকে বর্ধিত করলে তা প্রধান অক্ষকে প্রধান ফোকাস বিন্দুতে ছেদ করে। আবার অপর একটি রশ্মি AO লেন্সের আলোক কেন্দ্র দিয়ে সোজা AOE পথে গমন করে। প্রতিসৃত রশ্মিদ্বয় পরস্পর A′ বিন্দুতে ছেদ করে। সুতরাং A′B′, AB বস্তুর প্রতিবিম্ব।

অবতল লেন্সের ক্ষেত্রে প্রতিবিম্বের বৈশিষ্ট্য গুলো হলো–

(১) বস্তুর অবস্থান এবং প্রতিবিম্বের অবস্থান সর্বদাই লেন্সের একই পাশে।

(২) বস্তুকে লেন্সের নিকটে আনতে থাকলে প্রতিবিম্বও লেন্সের নিকটে আসতে থাকে এবং প্রতিবিম্বের আকৃতি ক্রমান্বয়ে বাড়তে তাকে।

(৩) বিবর্ধন $|m|<1$,

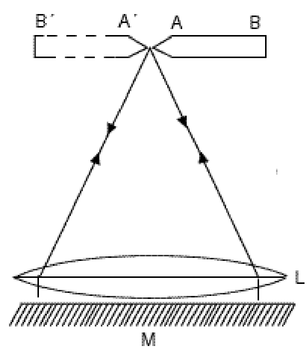
(৪) প্রতিবিম্ব সর্বদা অবাস্তব ও সিধা।

৯.৪.১০ ফোকাস দূরত্ব নির্ণয়

(ক) উত্তল লেন্স ঃ উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব নির্ণয়ের জন্য সাধারণত দুটি পদ্ধতি আছে।

(i) সমতলে দর্পনের সাহায্যে এবং (ii) u–v পদ্ধতিতে। এখানে সমতল দর্পণের সাহায্যে ফোকাস দূরত্ব নির্ণয়ের পদ্ধতিটি ব্যাখ্যা করা হল।

তত্ত্ব ঃ একটি বস্তুকে উত্তল লেন্সের প্রধান ফোকাসে রাখলে বস্তুর প্রতিবিম্ব অসীমে গঠিত হবে। অর্থাৎ বস্তু হতে আগত আলোক রশ্মিগুচ্ছ লেন্সে প্রতিসরণের পর প্রধান অক্ষের সমান্তরাল নির্গত হয়। এ সমান্তরাল আলোক রশ্মিগুচ্ছকে একটি সমতল দর্পণে লম্বভাবে ফেললে এরা উল্টোপথে প্রতিফলিত হবে। প্রতিফলিত সমান্তরাল রশ্মিগুচ্ছ লেন্সে প্রতিসরণের পর প্রধান ফোকাসে মিলিত হবে বা প্রতিবিম্ব সৃষ্টি করবে। এভাবে প্রধান ফোকাসকে চিহ্নিত করে ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় করা যায়।



চিত্র-৯.৩৫

কার্যপ্রণালী ঃ

(১) সমতল টেবিল বা মেঝের উপর একটি সমতল দর্পন [M] রাখা হলো [চিত্র-৯.৩৫], দর্পনের উপর পরীক্ষনীয় লেন্স (L) রাখা হলো।

(২) দন্ডের (Stand) সাহায্যে লেন্সের কিছু উপরে একটি পিন AB অনুভূমিক অবস্থানে রাখা হলো। পিনের অবস্থান এমন হবে যেন এর মাথা (A) সর্বদা লেন্সের মধ্যবিন্দুর ঠিক উপরে থাকে।

(৩) লেন্স হতে পিনের দূরত্ব এমনভাবে পরিবর্তন করা হলো যেন পিন (AB) ও এর প্রতিবিম্ব (A′B′) একই অনুভূমিক রেখায় থাকে এবং এদের মধ্যে কোন প্যারালাক্স না থাকে।

(৪) লেন্সের আলোক কেন্দ্র হতে পিনের দূরত্ব পরিমাপ করা হলো। এভাবে কয়েকবার পরীক্ষা করে গড় দূরত্ব নেয়া হলো। এ দূরত্বই লেন্সটির ফোকাস দূরত্ব।

(খ) অবতল লেন্স ঃ অবতল লেন্সে প্রতিবিম্ব সর্বদা অবাস্তব। এ ধরনের প্রতিবিম্ব পর্দায় ধরা যায় না। এজন্য এর ফোকাসদূরত্ব নির্ণয়ে উত্তল লেন্সের সাহায্য নিতে হয়। উত্তল লেন্সের সাহায্য নিয়ে নিম্নোক্ত দুটি পদ্ধতিতে অবতল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় করা যায়।

(i) সংযোজন পদ্ধতি ও (ii) সহায়ক (Auxiliary) লেন্স পদ্ধতি। এখানে সংযোজন পদ্ধতিটি বর্ণনা করা হলো–

(i) সংযোজন পদ্ধতি ঃ

এ পদ্ধতিতে পরীক্ষণীয় অবতল লেন্সের চেয়ে কম ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট একটি উত্তল লেন্স নিয়ে একটি সমবায় তৈরী করা হয়। এ সমবায় উত্তল লেন্সের মতো ক্রিয়া করে।

উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব অনুচ্ছেদ- ৯.৪.১০(ক) এ বর্ণিত উপায়ে নির্ণয় করে নেয়া হয়। ধরা যাক এ ফোকাস দূরত্ব, f_1।

এরপর লেন্স দুটির সংযোজন তৈরী সমবায় লেন্সের সমতুল্য ফোকাস দূরত্ব একই পদ্ধতিতে নির্ণয় করা হয়। এ সমতুল্য ফোকাস দূরত্ব, F এবং অবতল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব f_2 হলে,

আমরা জানি, $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

বা, $\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2}$ [$\because$ অবতল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব ঋণাত্মক]

বা, $\frac{1}{f_2} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{F} = \frac{F-f}{f_1 F}$

$\therefore \quad f_2 = \frac{f_1 F}{F-f_1}$

৯.৪.১০ লেন্স চেনার উপায়

কোন লেন্সের সামনে একটি বস্তুকে আনলে বস্তুটির প্রতিবিম্ব যদি বস্তুর আকারের তুলনায় বড় হয় তাহলে লেন্সটি হবে উত্তল লেন্স অথবা প্রতিবিম্ব বস্তুর তুলনায় ছোট হলে লেন্সটি অবতল লেন্স।

উদাহরণ

১। একটি আলোক রশ্মি বায়ু ও পানির বিভেদতলে আপতিত হচ্ছে। আপতন কোণ 30°, ও প্রতিসরণ কোণ 22° হলে বাতাসের সাপেক্ষে পানির প্রতিসরাংক কত?

সমাধান ঃ

বাতাসের সাপেক্ষে পানির প্রতিসরাংক

$${}_a\mu_w = \frac{\sin i}{\sin r}$$

দেওয়া আছে, $i = 30°$

$r = 22°$

$\therefore \; {}_a\mu_w = \frac{\sin 30°}{\sin 22°}$

$= \frac{0.50}{0.376}$

$= 1.33$

২। বায়ু সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাংক 1.5 বায়ু থেকে কাঁচে আলোক রশ্মি প্রবেশের সময় আপতন কোণ 45° হলে প্রতিসরণ কোণের মান নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

বায়ু সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাংক $_a\mu_g = \frac{\sin i}{\sin r}$

এখানে, দেওয়া আছে, $_a\mu_g = 1.5$

আপতন কোণ $i = 45°$

$$1.5 = \frac{\sin 45°}{\sin r}$$

বা, $\sin r = \frac{\sin 45°}{1.5}$

বা, $\sin r = \frac{0.707}{1.5}$

বা, $\sin r = 0.471$

বা, $r = \sin^{-1} 0.471$

$\cong 28°$

$\therefore$ প্রতিসরণ কোণের মান $28°$ (প্রায়)।

৩। বায়ু সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাংক $\frac{3}{2}$ হলে কাঁচের সাপেক্ষে বায়ুর প্রতিসরাংক কত?

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$$\therefore \quad {}_g\mu_a = \frac{1}{_a\mu_g} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$\therefore$ কাঁচ সাপেক্ষে বায়ুর প্রতিসরাংক $\frac{2}{3}$.

৪। পানি ও হীরকের পরম প্রতিসরাংক যথাক্রমে 1.33 ও 2.4 হলে পানির সাপেক্ষে হীরকের প্রতিসরাংক নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

আমরা জানি, $_w\mu_d = \frac{\mu d}{\mu w}$

এখানে $_w\mu_d$ = পানির সাপেক্ষে হীরকের প্রতিসরাংক

μd = হীরকের পরম প্রতিসরাংক = 2.4

μw = পানির পরম প্রতিসরাংক = 1.33

$$\therefore \quad {}_w\mu_d = \frac{2.4}{1.33} \cong 1.8$$

পানির সাপেক্ষে হীরকের প্রতিসরাংক 1.8

৫। পানিপূর্ণ একটি বালতির তলা তার প্রকৃত গভীরতা অপেক্ষা 10 সে.মি. এর দেখা যায়। বালতিটির প্রকৃত গভীরতা ও আপাত গভীরতা নির্ণয় করুন। (পানির প্রতিসরাংক 1.33)

সমাধানঃ

মনে করি, প্রকৃত গভীরতা u

আপত গভীরতা v.

আমরা জানি, $\mu = \frac{\text{প্রকৃত গভীরতা}}{\text{আপাত আকার}}$ –

বা, $1.33 = \frac{u}{v}$

$u = 1.33v$ -------------------------------(i)

আবার, $u - v = 1$ -------------------------------(ii)

(i) ও (ii) হতে পাই-

$1.33v - v = 1$

বা, $0.33v = 1$

বা, $v = \frac{1}{0.33}$

বা, $v \cong 3$

$v = 3$ (1) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই- $u = 1.33\infty 3 \cong 4$

$\therefore$ প্রকৃত গভীরতা 4 সে.মি. (প্রায়) ও আপাত গভীরতা 3 সে.মি. (প্রায়)।

৬। একটি মাধ্যমের প্রতিসরাংক 1.65 মাধ্যমটির সংকট কোণ কত?

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$\mu = \frac{1}{\sin\theta c}$

বা, $1.65 = \frac{1}{\sin\theta c}$

বা, $\sin\theta c = \frac{1}{1.65}$

বা, $\theta c = \sin^{-1}\frac{1}{65}$

$\cong 37.3°$.

$\therefore$ মাধ্যমটির সংকট কোণ 37.3° প্রায়।

৭। একটি প্রিজমের প্রতিসরাংক কোণ 60° এর উপাদানের প্রতিসরাংক $\sqrt{2}$. এর ন্যূনতম বিচ্যুতি নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

আমরা জানি, $\mu = \frac{\sin\frac{A+\delta m}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$

এখানে, প্রতিসরাংক কোণ $A = 60°$

প্রতিসরাংক $\mu = \sqrt{2}$

এবং ন্যূনতম বিচ্যুতি δm

$\therefore$ আমরা পাই-

$$\sqrt{2} = \frac{\sin\frac{60°+\delta m}{2}}{\sin\frac{60°}{2}}$$

বা, $\sqrt{2} = \dfrac{\sin\dfrac{60°+\delta m}{2}}{\sin 30°}$

বা, $\sqrt{2} = \dfrac{\sin\dfrac{60°+\delta m}{2}}{\dfrac{1}{2}}$

বা, $\sin\dfrac{60°+\delta m}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

বা, $\sin\dfrac{60°+\delta m}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\dfrac{60°+\delta m}{2} = \sin^{-1}\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

বা, $\dfrac{60°+\delta m}{2} = 45°$

বা, $60° + \delta m = 90°$

বা, $\delta m = 30°$

$\therefore$ ন্যূনতম বিচ্যুতি কোণ = 30°

৮। একটি সরু প্রিজমকে অতিক্রম করে যাওয়ায় সময় একটি আলোক রশ্মির 2° বিচ্যুতি ঘটলে প্রিজম কোণ কত? (প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাংক 1.5)

সমাধান ঃ

আমরা জানি, সরু প্রিজমের জন্য সমীকরণ $\delta = A(\mu-1)$

এখানে, δ = আলোক রশ্মির বিচ্যুতি = 1.5

μ = প্রতিসরাংক = 1.5

A = প্রিজম কোণ

$\therefore$ আমরা পাই

$2° = A(1.5-1)$

বা, $2° = 0.5\ A$

বা, $A = \dfrac{2°}{0.5}$

বা, $A = 4°$

$\therefore$ সরু প্রিজমটির প্রিজম কোণ 4°.

৯। উত্তল প্রতিসরাংক পৃষ্ঠ বিশিষ্ট একটি ঘনতর মাধ্যমকে বায়ুতে রাখা হলো। উত্তল পৃষ্ঠের বক্রতার ব্যাসার্ধ 25 cm। উত্তল পৃষ্ঠের সামনে মেরু হতে 30 cm দূরে প্রধান অক্ষের উপর একটি বিন্দু বস্তু আছে। প্রতিসরাংক মাধ্যমের প্রতিসরাংক 1.5 হলে প্রতিবিম্বের দূরত্ব নির্ণয় করুন।

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$\dfrac{\mu}{v} + \dfrac{1}{u} = \dfrac{\mu-1}{r}$

এখানে,

$\mu = 1.5$

$\therefore \quad \frac{1.5}{v} + \frac{1}{30} = \frac{1.5-1}{25}$	u = 30 cm
বা, $\frac{1.5}{v} = \frac{1.5-1}{25} - \frac{1}{30}$	r = 25 cm
$= \frac{0.5\infty7-5}{150} = \frac{-2}{150}$	v = ?

বা, $\frac{1}{v} = -\frac{1}{175}$

বা, $U = -\frac{1.5\infty150}{2} = -112.5$ cm.

প্রতিবিম্বের দূরত্ব – 112.5 cm.

১০। 6 cm লম্বা একটি বস্তুকে 16cm ফোকাস দূরত্বের উত্তল লেন্স থেকে 12 cm দূরে স্থাপন করা হল। বিম্বের আকার বের করুন।

সমাধান ঃ

আমরা জানি, $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$	এখানে,
$\therefore \quad \frac{1}{v} + \frac{1}{12} = \frac{1}{16}$	u = 12 cm f = 16 cm
বা, $\frac{1}{v} = \frac{1}{16} - \frac{1}{12}$	v = ?
$= \frac{3-4}{48}$	বস্তুর দৈর্ঘ্য, l = 6 cm
বা, $\frac{1}{v} = \frac{-1}{48}$	বিম্বের দৈর্ঘ্য u, l = ?

$= \frac{3-4}{48}$

বা, $\frac{1}{v} = \frac{-1}{48}$

$\therefore \quad U = -48$ cm (প্রতিবিম্ব অবাস্তব)

বিবর্ধন $m = -\frac{v}{u}$

$= -\left(\frac{-48}{12}\right)$

$= 4$

আবার বিবর্ধন $m = \frac{l'}{l} = \frac{l'}{6}$

বা, $4 = \frac{l'}{6}$

$\therefore \quad l' = 24$ cm.

বিম্বের আকার 24 cm.

১১। একটি উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব 15 cm. বস্তুর দূরত্ব কত হলে প্রতিবিম্ব অবাস্তব হবে এবং প্রতিবিম্বের আকার বস্ত ু র আকারের তিনগুণ হবে?

সমাধান ঃ

আমরা জানি,

$$m = -\frac{v}{u}$$

$$\therefore\ 3 = -\frac{v}{u}$$

বা, $v = -34$

এখানে,

ধরা যাক, বস্তুর আকার = = l

$\therefore$ বিম্বের ” $= 3l$

অতএব বিবর্ধন $m = \frac{31}{1} = 3$

[যেহেতু প্রতিবিম্ব অবাস্তব]

আবার, উত্তল লেন্সের সাধারণ সমীকরণ,

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore\ -\frac{1}{34} + \frac{1}{4} = \frac{1}{15}$$

বা, $\frac{-1+3}{34} = \frac{1}{15}$

বা, $\frac{2}{34} = \frac{1}{15}$

বা, $34 = 30$

$\therefore\ u = 10$ cm.

বস্তুর দূরত্ব 10 cm.

এখানে, $f = 15$ cm.

$v = -34$

১২। কাঁচ দ্বারা তৈরি একটি দ্বি-উত্তল লেন্সের উভয় পৃষ্ঠের বক্রতার ব্যাসার্ধ সমান। কাঁচের প্রতিসরাংক 1.5 হলে দেখান যে, লেন্সটির ফোকাস দূরত্ব তার বক্রতার ব্যাসার্ধের সমান।

সমাধানঃ

আমরা জানি,

$$\frac{1}{f} = (\mu-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]$$

বা, $\frac{1}{f} = (1.5-1)\left[\frac{1}{R_1} - \left(\frac{-1}{R_1}\right)\right]$

বা, $\frac{1}{f} = (0.5)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}\right)$

বা, $\frac{1}{f} = (0.5) \infty\, 2\,\frac{1}{R_1}$

বা, $\frac{1}{f} = \frac{1}{R_1}$

$\therefore\ f = R_1$

এখানে দ্বিউত্তল লেন্সের ১ম ও ২য় পৃষ্ঠের বক্রতার ব্যাসার্ধ,

আপতিত রশ্মির সাপেক্ষে যথাক্রমে ধন রাশি ও ঋনরাশি।

$\therefore\ R_1 =$ ধনাত্মক

কিন্তু R_2 ঋনাত্মক R_1

$\mu = 1.5$

এবং $R_1 = R_2$

অতএব ফোকাস দূরত্ব এর বক্রতার ব্যাসার্ধের সমান (প্রমাণিত)

১৩। কোন লেন্স 80 cm দূরে স্থাপিত একটি বস্তুর সমান আকারের একটি বাস্তব বিম্ব গঠন করে। লেন্সটির ক্ষমতা কত?

সমাধান ঃ

এখানে, প্রতিবিম্বের আকার = বস্তুর আকার =1

বস্তুর দূরত্ব, u = 80 cm.

প্রতিবিম্বের দূরত্ব, v =?

আমরা জানি,

বিবর্ধন $m = \frac{\text{প্রতিবিম্বের আকার}}{\text{বস্তুর আকার}}$

$\therefore \quad m = \frac{1}{1} = 1$

আবার, $m = -\frac{v}{u}$

বা, $-1 = -\frac{v}{80}$ (প্রতিবিম্ব বাস্তব ও উল্টা হলে m ঋনাত্মক)

$\therefore \quad v = 80$ cm.

এখান, $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$

বা, $\frac{1}{80} + \frac{1}{80} = \frac{1}{f}$

বা, $\frac{2}{80} = \frac{1}{f}$

$\therefore \quad f = 40$ cm.

অতএব, ক্ষমতা $P = \frac{1}{f} = \frac{1}{40} = 2.6$ D. লেন্সটির ক্ষমতা 2.5D (ডায়াপ্টার)।

(খ) গাণিতিক প্রশ্ন ঃ

১। আলোক রশ্মি $0°$ আপাতন কোণ বায়ু হতে পানিতে প্রবেশ করছে। প্রতিসরণ কোণ কত হবে? [উত্তরঃ $0°$]

২। বায়ু সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাংক $\frac{3}{2}$ এবং বায়ু সাপেক্ষে পানির প্রতিসরাংক $\frac{4}{3}$ হলে, কাঁচের সাপেক্ষে পানির প্রতিসরাংক নির্ণয় করুন।

৩। পানি সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাংক $\frac{9}{8}$ । বায়ু সাপেক্ষে কাঁচের প্রতিসরাংক $\frac{3}{2}$ । বায়ু সাপেক্ষে পানির প্রতিসরাংক কত? [উত্তরঃ $\frac{4}{3}$]

৪। 1 cm. পুরু একটি কাঁচ খন্ড একটি টেবিলের উপর রাখা আছে। কাঁচ খন্ডের নিচের পৃষ্ঠে আটকে থাকা ধুলিকণা উপরের পৃষ্ঠ থেকে কত দূরত্বে দেখা যাবে?

৫। একটি মাধ্যমের প্রতিসরাংক $\frac{4}{3}$ এর সংকট কোণ কত?

৬। একটি প্রিজমের প্রতিসরাংক কোণ $60°$ ও প্রিজমটিতে একটি আলোকরশ্মির ন্যূনতম বিচ্যুতি $30°$ প্রিজমটির উপাদানের প্রতিসরাংক নির্ণয় করুন।

৭। একটি সরু প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাংক 1.5 এ প্রিজম অতিক্রম করার সময় একটি আলোক রশ্মির $3°$ বিচ্যুতি ঘটে। প্রিজম কোণ নির্ণয় করুন।

৮। 1.5 প্রতিসরাংকের কোন কাচ প্রিজমের এক পৃষ্ঠের উপর আলোক রশ্মি লম্বভাবে আপতিত হয় এবং প্রিজমের দ্বিতীয় পৃষ্ঠের গা ঘেষে নির্গত হয়। প্রিজম কোণ নির্ণয় করুন। [উঃ 46.46°]

৯। প্রিজম কোণ 60° এবং প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাংক $\sqrt{2}$ হলে তার ন্যূনতম বিচ্যুতি কোণ নির্ণয় করুন।

১০। একটি প্রিজমের উপাদানের প্রতিসরাংক $\sqrt{2}$ এবং এর ভিতর হতে নির্গত আলোক রশ্মির ন্যূনতম বিচ্যুতি কোণ 30° হলে, প্রিজম কোণ নির্ণয় করুন।

১১। কাঁচ ও হীরকের প্রতিসরাংক যথাক্রমে 1.5 ও 2.5 হলে কাঁচ ও হীরকের মধ্যে সংকট কোণ নির্ণয় করুন।

১২। বায়ুর মধ্যে অবতল প্রতিসরাংক পৃষ্ঠ বিশিষ্ট একটি ঘনতর মাধ্যমিকে রাখা হয়েছে। অবতল পৃষ্ঠের বক্রতার ব্যাসার্ধ 20 cm এবং অবতল পৃষ্ঠের সামনে মেরু হতে 35 cm দূরে প্রধান অক্ষের উপর একটি বিন্দু বস্তু রাখা হলো। মাধ্যমের প্রতিসরাংক 1.5 হলে প্রতিবিম্বের দূরত্ব নির্ণয় করুন।

১৩। গাণিতিক ভাবে প্রমাণ কর যে, একটি অবতল দর্পণের প্রধান ফোকাসে স্থাপিত বস্তুর বিম্ব অসীমে এবং অসীমে স্থাপিত বিম্ব প্রধান ফোকাসে গঠিত হয়।

১৪। 15 cm ফোকাস দূরত্ব বিশিষ্ট একটি অবতল লেন্সের আলোক কেন্দ্র হতে 10 cm দূরে প্রধান অক্ষের উপর একটি বস্তু রাখা হল। প্রতিবিম্বের অবস্থান, প্রকৃতি ও বিবর্ধন নির্ণয় করুন।

১৫। একটি উভাবতল লেন্সের বক্রতার ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 30 cm এবং 20 cm লেন্সটির ফোকাস দূরত্ব কত হবে? (লেন্সটির উপাদানের প্রতিসরাংক 1.5)

১৬। একটি উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব 20 cm. লেন্সটির ক্ষমতা কত?

১৭। একটি লেন্সের ক্ষমতা '4 D' লেন্সটির প্রকৃতি ও ফোকাস দূরত্ব নির্ণয় করুন।

চূড়ান্ত মূল্যায়ন

ক. বিশদ উত্তর প্রশ্ন

১. প্রতিসরণের সূত্রগুলি বর্ণনা ও ব্যাখ্যা করুন।

২. স্নেল এর সূত্রের সাধারণ রূপ প্রতিপাদন করুন।

৩. দেখন যে, (i) $_a\mu_b = \frac{1}{_b\mu_a}$

(ii) $_b\mu_c = \frac{_a\mu_c}{_a\mu_b}$

৪. আলোক রশ্মির প্রত্যাবর্তনশীলতা ব্যাখ্যা করুন।

৫. দেখান যে, সমান্তরাল তল বিশিষ্ট ফলকে প্রতিসরণের সময় নির্গত রশ্মি আপতিত রশ্মির সমান্তরাল হয়।

৬. প্রকৃত গভীরতা ও আপাত গভীরতার মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করুন।

৭. সংকট কোণ ও প্রতিসরাংকের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করুন।

৮. দেখান যে, $\delta = i_1 + i_2 - A$

৯. দেখান যে, প্রিজম উপাদানের প্রতিসরাংক $\mu = \frac{\sin\frac{A+\delta m}{2}}{\sin\frac{A}{2}}$ এখানে সূচকগুলি প্রচলিত অর্থ বহন করে।

১০. দেখান যে, সরু প্রিজমের ক্ষেত্রে $\delta = (\mu-1)A$.

১১. একটি মাত্র উত্তল / অবতল প্রতিসারক তলের সমীকরণ প্রতিপাদন করুন।

১২. উত্তল লেন্সের ক্ষেত্রে দেখান যে, $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ এখানে প্রতীকগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে।

১৩. লেন্স প্রস্তুত কারকে সূত্র প্রতিপাদন করুন।

১৪. উত্তল / অবতল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি বর্ণনা করুন।