ইউনিট ১০

যথার্থতা যাচাই
(Test of Significance)

ভূমিকাঃ

পূর্বের ইউনিট সমূহে আমরা নমুনা এবং তথ্যবিশ্ব সম্পর্কে আলোচনা করেছি। তথ্যবিশ্ব থেকে নমুনায়নের মাধ্যমে নমুনা সংগ্রহ ও বিশ্লেষণ করে তথ্যবিশ্বের প্রকৃতি সম্পর্কে ধারণা পাওয়া যায় অর্থাৎ তথ্যবিশ্বের পরামান সমূহ (গড়, প্রচুরক, ভেদাংক, ইত্যাদি) নিরূপণ করা যায়। তথ্যবিশ্বের পরামানসমূহের নিরূপিত মান এদের প্রকৃত মানের কাছাকাছি কিনা এটা পরীক্ষা করার পদ্ধতিই হচ্ছে যথার্থতা যাচাই। যথার্থতা যাচাই করার পূর্বে তথ্যবিশ্বের পরামান সম্পর্কে কল্পনা করে নিতে হয়। এরপর নমুনায়নের মাধ্যমে প্রাপ্ত তথ্যমানের ভিত্তিতে ঐ কল্পনা গৃহীত বা বাতিল হবে এ সম্পর্কে সিদ্ধান্ত নেয়ার পরিসংখ্যানিক পদ্ধতিই হল যথার্থতা যাচাই পদ্ধতি। এ ইউনিটে যথার্থতা যাচাই সম্পর্কিত কতিপয় শব্দাবলীর সংগে, যথার্থতা যাচাইয়ের গুরুত্বপূর্ণ ধাপ, গড়, ভেদাংক, অনুপাত, ইত্যাদির যথার্থতা যাচাই পদ্ধতি আলোচনা করা হবে।

উদ্দেশ্য

এ ইউনিট শেষে আপনি বলতে পারবেন-

- যথার্থতা যাচাই সম্পর্কিত সংজ্ঞা
- যথার্থতা যাচাইয়ের গুরুত্ব
- গড়ের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই
- অনুপাত সম্পর্কে যাচাই
- ভেদাঙ্কের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই

পাঠ-১০.১ যথার্থতা যাচাই সম্পর্কিত কতিপয় সংজ্ঞা

ভূমিকাঃ

যথার্থতা যাচাই সম্পর্কে জানতে হলে যাচাই সম্পর্কিত বিভিন্ন শব্দাবলীর সম্পর্কে জ্ঞান থাকা প্রয়োজন। এ পাঠে যাচাই সম্পর্কিত বিভিন্ন শব্দাবলী সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি–

- যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক কি বলতে পারবেন।
- নাস্তি কল্পনার সংজ্ঞা বলতে পারবেন।
- বিকল্প কল্পনার সংজ্ঞা বলতে পারবেন।
- পরিসংখ্যানিক যাচাই কি বলতে পারবেন।
- প্রথম প্রকার ভুল-এর সংজ্ঞা বলতে পারবেন।
- দ্বিতীয় প্রকার ভুল-এর সংজ্ঞা বলতে পারবেন।
- বাতিল এলাকা এবং গ্রহণীয় এলাকা কি বলতে পারবেন।

পরিসংখ্যানিক যাচাই (Statistical test) ঃ

পরিসংখ্যানিক কল্পনার গ্রহণ বা বাতিল সিদ্ধান্ত নেয়ার জন্য যে পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয় তাকে পরিসংখ্যানিক যাচাই বলে।

যাচাই ষ্ট্যাষ্টিস্টিক (Test Statistic) ঃ

তথ্যবিশ্ব থেকে নমুনা সংগ্রহ করার পর ঐ নমুনা থেকে যে তথ্যজমান (Statistic) পাওয়া যায় তার উপর ভিত্তি করে যে পরিসংখ্যানিক যাচাই করা হয় তাকে যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক বলে।

নাস্তি কল্পনা (Null Hypothesis) ঃ

তথ্যবিশ্বের পরামান সম্পর্কে যে কোন অনুমান বা কল্পনা এর সত্যতার উপর ভিত্তি করে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক এর নমুনা বিন্যাস পাওয়া যায়। উক্ত কল্পনা বা অনুমানের অসত্যতা যাচাইকে নাস্তি কল্পনা বলে। নাস্তি কল্পনা Ho সংকেত দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

বিকল্প কল্পনা (Alternative hypothesis) :

নাস্তি কল্পনার বিপরীত কল্পনাকে বিকল্প কল্পনা বলে। বিকল্প কল্পনা সাধারণত H_a অথবা H_1 দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

১ম ও ২য় প্রকার ভুলঃ

পরিসংখ্যানিক যাচাইয়ের ক্ষেত্রে চার ধরনের সম্ভাবনা ক্ষেত্র বিচার করা যায়। নিম্নে শর্তগুলি দেয়া হল

সিদ্ধান্ত\শর্ত	H_0 : সত্য	H_0 : অসত্য
H_0 গ্রহণ	সঠিক সিদ্ধান্ত	২য় প্রকার ভুল
H_0 বাতিল	প্রথম প্রকার ভুল	সঠিক সিদ্ধান্ত

প্রথম প্রকার ভুল (First Kind Error) ঃ

যদি নাস্তি কল্পনা সত্য হয় অথবা বিকল্প কল্পনা অসত্য হয় এবং এক্ষেত্রে যদি নাস্তি কল্পনা বাতিল করা হয় তবে যে ভুল হয় সেটি প্রথম প্রকার ভুল।

২য় প্রকার ভুল (Second Kind Error):

যদি নাস্তি কল্পনা অসত্য হয় অথবা বিকল্প কল্পনা সত্য হয় এবং এ ক্ষেত্রে যদি বিকল্প কল্পনা বাতিল করা হয় তবে যে ভুল হয় তাকে ২য় প্রকার ভুল বলে।

বাতিল এলাকা (Rejection region) :

নাস্তি কল্পনা সত্য হলে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক এর যে সমস্ত মানের জন্য নাস্তি কল্পনা বাতিল হয়ে যায় ঐ সমস্ত মানের সমম্বয়ে গঠিত ক্ষেত্রকে বাতিল এলাকা বলে। একে সংশয় এলাকা (Critical region) ও বলা হয়। সংশয় এলাকাকে α দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। এখানে α = Prob [১ম প্রকার ভুল) = Prob [বাতিল $H_o|H_o$ যখন সত্য)]।

গ্রহণীয় এলাকা (Acceptance region) ঃ

নাস্তি কল্পনা সত্য হলে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক এর যে সমস্ত মানের জন্য নাস্তি কল্পনা বাতিল নয় বলে বিবেচিত হয় ঐ সমস্ত মানের সমম্বয়ে গঠিত ক্ষেত্রকে গ্রহণীয় এলাকা বলে। গ্রহণীয় এলাকাকে আস্থা এলাকাও (Confidence region) বলে। অর্থাৎ গ্রহণীয় এলাকা $(1-\alpha)$ = Prob [(গ্রহণ $H_o|H_o$ যখন সত্য]

যথার্থতা মাত্রা (Degrees of freedom) ঃ

যে কয়টি নিরপেক্ষ চলকের উপর ভিত্তি করে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক নির্ণয় করা হয় তার সংখ্যাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলা হয়। স্বাধীনতার মাত্রাকে d.f. দ্বারা সুচিত করা হয়।

যথার্থতা যাচাই এর গুরুত্বপূর্ণ ধাপ (Important steps in test of significance) ঃ

যথার্থতা যাচাই করতে নিম্নলিখিত পদক্ষেপ সমূহ নিতে হবে-

ক) প্রথমেই নাস্তি কল্পনা ঠিক করে নিতে হবে নাস্তি কল্পনার সাথে সাথে বিকল্প কল্পনা ও ঠিক করে নিতে হবে।

খ) নাস্তি কল্পনা নির্দিস্ট করার পর এটা যাচাই করার জন্য নির্দিষ্ট যাচাই স্ট্যাটিস্টিক ব্যবহার করতে হবে। তথ্য পাওয়ার পরই যাচাই করতে হয়।

গ) বিকল্প কল্পনার বিপক্ষে নাস্তি কল্পনার যথার্থতা যাচাই এর জন্য যাচাই স্ট্যাটিস্টিক ব্যবহার করার পরই যথার্থতার মাত্রা সম্পর্কে সিদ্ধান্ত নিতে হবে।

ঘ) সর্বশেষে প্রাপ্ত তথ্য থেকে নাস্তি কল্পনার সাথে সংগতি রেখে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক এর মান নির্ণয় করতে হবে। এরপর এর নমুনায়ন বিন্যাস অনুসারে সারণী মানের সাথে নির্দিষ্ট যথার্থতা মাত্রায় এবং যাচাই স্ট্যাটিস্টিক এর স্বাধীনতার মাত্রায় তুলনা করতে হবে। নির্ণীত মান যদি সারণীর মনের চেয়ে বড় হয় তবে নাস্তি কল্পনা বর্জনীয় হবে অন্যথায় গ্রহণীয় হবে।

সারসংক্ষেপঃ

পরিসংখ্যানিক কল্পনায় গ্রহন বা বাতিল সিদ্ধান্ত নেওয়ার জন্য যে পদ্ধতি প্রয়োগ করা হয় তাকে পরিসংখ্যানিক যাচাই বলে।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন- ১০.১ ঃ

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নঃ

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিনঃ

১। তথ্যবিশ্বের পরামান কোনটি?

ক) চলক (খ) গড়

(গ) নমুনা (ঘ) কোনটিই নয়

২। নাস্তি কল্পনাকে সাধারণত কি চিহ্ন দিয়ে চিহ্নিত করা হয়?

ক) Hi (খ) Ha

(গ) Ho (ঘ) কোনটিই নয়

৩। বাতিল এলাকাকে সাধারণত কি চিহ্ন দিয়ে চিহ্নিত করা হয়?

ক) H(খ) Ho

(গ) % (ঘ) কোনটিই নয়

৪। যথার্থতার মাত্রা কোনটি?

ক) প্রথম প্রকার ভুলের সম্ভাবনা খ) দ্বিতীয় প্রকার ভুলের সম্ভাবনা

গ) স্বাধীনতার মাত্রা ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৫। নাস্তি কল্পনা H_o সংকেত দ্বারা চিহ্নিত করা হয়।

৬। নমুনা থেকে যে তথ্য মান পাওয়া যায় তার পরিসংখ্যানিক যাচাই পদ্ধতি হল স্ট্যাটিস্টিক।

শুণ্যস্থান পূরণ ঃ

৭। তথ্য বিশ্বের পরামান সম্পর্কে কল্পনা বা অনুমানের অসত্যতা যাচাই করাকে --------

৮। নাস্তি কল্পনার বিকল্প কল্পনাকে -----------।

বাক্য মিলানোঃ

৯। বিকল্প কল্পনাকে সাধারনত	ক) মানের সমন্বয়ে গঠিত ক্ষেত্রকে বাতিল এলাকা বলে।
১০। নাস্তি কল্পনা সত্য হলে যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক এর যে সমস্ত মানের জন্য নাস্তি কল্পনা বাতিল হয়ে যায় ঐ সমস্ত	খ) নির্ণয় করা হয় তার সংখ্যাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।
১১। যে কয়টি নিরপেক্ষ চলকের উপর ভিত্তি করে যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক	গ) H_a দ্বারা প্রকাশ করা হয়

পাঠ-১০.২ যথার্থতা যাচাই-এর জন্য ব্যবহৃত বিভিন্ন স্ট্যাটিস্টিক (Different statistic for test of significance)

ভূমিকা:

যথার্থতা যাচাইয়ের জন্য সাধারণত পরিমিত যাচাই, t যাচাই, কাই বর্গ $\chi^২$ যাচাই এবং F যাচাই ব্যবহার করা হয়। এ পাঠে পরিমিত যাচাই, t যাচাই, কাইবর্গ যাচাই ও F যাচাই পদ্ধতি সম্মন্ধে আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি–

- পরিমিত যাচাই সম্পর্কে বলতে পারবেন।
- t-যাচাই সম্পর্কে বলতে পারবেন।
- $x^২$- যাচাই সম্পর্কে বলতে পারবেন।
- F যাচাই সম্পর্কে বলতে পারবেন।

পরিমিত যাচাই (Normal Test)

বড় নমুনার প্রকৃতি যাচাই করতে পরিমিত যাচাই ব্যবহার করা হয়। যখন নমুনার আকার ৩০ এর অধিক হয় অর্থাৎ n≥৩০ তখন সেই নমুনাকে বড় নমুনা বলে। বড় নমুনার ক্ষেত্রে পক্ষপাতহীন প্রাক্কলক কে $\bar{x}$ দ্বারা প্রকাশ করলে এবং তথ্যবিশ্বের গড় μ হলে যথার্থতা নির্ণয়ের অনুমান $H_o:\mu=\bar{x}$ বিপরীতে $H_১:\mu$ □ $\bar{x}$ হলে পরিমিত যাচাই এর সূত্র নিম্নরূপ

$z = \frac{- m}{s/\sqrt{n}} \sim$ পরিমিত বিন্যাস

এখানে $\bar{x}$ = নমুনা গড়,

μ = তথ্যবিশ্বের গড়

σ = তথ্যবিশ্বের পরিমিত ব্যবধান,

n = নমুনা আকার।

z পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে যার গড় শূন্য এবং পরিমিত ব্যবধান ১।

মনে করি, $x_1, x_২, \ldots\ldots\ldots\ldots x_n$ তথ্যমানসহ n আকারের একটি নমুনা একটি পরিমিত তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হল। তথ্যবিশ্বের গড় μ সম্বন্ধে যথার্থতা যাচাই করতে হবে। এটা করতে হলে পরিমিত বিন্যাসের ভেদাংক σ^2 এর মান পূর্বের যে কোন জরিপ থেকে অনুমান করে নিতে হবে। নাস্তি কল্পনা $H_o:\mu = \mu_o$ যাচাই করতে হলে-

$$d = \frac{-\ mo}{s\sqrt{n}} \sim N(০, ১)$$

এখন $z \geq$ ১.৯৬ হলে ৫% যথার্থতার মাত্রায় নাস্তি কল্পনা বাতিল হবে অন্যাথায় গৃহীত হবে।

t-যাচাই (t-statistic) ঃ

নমুনার আকার ছোট হলে অর্থাৎ $n \leq$৩০ এবং তথ্যবিশ্বের বিন্যাসের ভেদাংক জানা না থাকলে পরিমিত যাচাই পদ্ধতি ব্যবহার না করে t-যাচাই ব্যবহার করা হয় এবং এক্ষেত্রে σ এর নিরূপিত মান s নিরূপন করতে হয়। t যাচাই অনুমান $H_o;\mu_o = \overline{x}$ বিপরীতে $H_A: \mu_o \neq \overline{x}$ এবং এ ক্ষেত্রে t-যাচাইয়ের সূত্র নিু্নরূপ

$$t = \frac{-\ mo}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}\text{- বিন্যাস}$$

t-কে স্টুডেন্ট এর t-বিন্যাস বলা হয় এবং এর স্বাধীনতার মাত্রা n-১

S = **Error!**হল σ এর নির্ঝুঁকি নিরূপক,

যদি t-এর নির্ণেয় মান (n-১) স্বাধীনতার মাত্রায় এবং ৫% অথবা ১% যথার্থতার মাত্রায় সারণীকৃত t এর চেয়ে বড় হয় তবে নাস্তি কল্পনা H_o বাতিল হবে অন্যথায় গৃহীত হবে।

χ^2-যাচাই (χ^2-test)ঃ

মনে করি n আকারের নমুনার তথ্য মান $x_১, x_২,......................x_n$ একটি পরিমিত বিন্যাস $N(\mu, \sigma^2)$ থেকে নেয়া হল। তাহলে

$\chi^২$ = **Error!** = **Error!**- বিন্যাস

এখানে $s^২ = \frac{1}{n-1}\Sigma(x i - \overline{x})^২, i = ১,২,............n.$

$\chi^২$–এর বিন্যাস নিরপেক্ষ এবং এর স্বাধীনতার মাত্রা n-১. $\chi^২$– দৈব চলক ব্যবহার করে $\sigma^২$–এর সম্পর্কে যথার্থতা যাচাই করা যায়। অর্থাৎ $s^২$ এর যথার্থতা যাচাই করা যায়। মনে করি নাস্তি কল্পনা $H_O:\sigma^২ = \sigma_0^২$ যাচাই করতে হবে। বিকল্প হবে $H_১:\sigma^২ \neq \sigma_0^২$

এক্ষেত্রে যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক হবে, $\chi^২$ = **Error!**

$\chi^২$–এর নির্ণেয় মান যদি (n-১) স্বাধীনতার মাত্রায় এবং ৫% যথার্থতা মাত্রায় সারণীকৃত $\chi^২$–এর মানের চেয়ে বড় হয় তবে নাস্তি কল্পনা বর্জন হবে অন্যথায় গৃহীত হবে। কোন বিন্যাসের প্রকৃতি সম্পর্কে যাচাই এবং দুই বা ততোধিক চলকের নিরপেক্ষতা যাচাইয়ের জন্য $\chi^২$-যাচাই ব্যবহৃত হয়।

F-যাচাই (F-Statistic) ঃ

আর.এ.ফিশার (১৯২৪) সালে দু'টি ভেদাঙ্কের অনুপাত যাচাইয়ের ক্ষেত্রে F-যাচাই ব্যবহার করেন।

অনেক সময় F-যাচাইকে ভেদাংক অনুপাত যাচাই বলা হয়। F-যাচাইয়ের উদ্দেশ্য হচ্ছে তথ্যবিশ্বের ভেদাংকের দুটি নিরপেক্ষ মানের মধ্যে কোন পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করা। অর্থাৎ নিরূপক দুই ভেদাংক বিশিষ্ট তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে কিনা যাচাই করা। F-যাচাইয়ের জন্য নাস্তি কল্পনা হল $H_0 : s_{১}^{২} \neq s_{২}^{২}$ বিকল্প কল্পনা $H_{১}$: $s_{১}^{২} \neq s_{২}^{২}$

এখন F-যাচাইয়ের সূত্র নিম্নরূপ-

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F_{(n_{১}-১)(n_{২}-১)}$$ - বিন্যাস

এখানে s_1^2 হল প্রথম নমুনা $x_{১i}$, i = ১,২,...............n১,

এর ভেদাংক, যেখানে s_1^2= **Error!**

এবং দ্বিতীয় নমুনা $x_{২i}$, i = ১,২,.............n২,

এর ভেদাংক হল, s_2^2= **Error!**

F-যাচাই F-বিন্যাস অনুসরন করে এবং এর স্বাধীনতার মাত্রা (n১-১) এবং (n২-১), যদি F-এর নির্ণয় মান (n১-১) এবং (n২-১) স্বাধীনতার মাত্রায় ও ৫% যথার্থতা মাত্রায় সারণীকৃত F থেকে বড় হয় তবে নাস্তি কল্পনা Ho ঃ $\sigma_{১}^{২} \neq \sigma_{২}^{২}$ বর্জন হবে। অর্থাৎ ভেদাংকের দুটি নিরূপিত মান একই ভেদাংক বিশিষ্ট তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে এ কল্পনা বর্জিত হবে। আবার নির্ণেয় F-এর মান সারণীকৃত F-এর মানের চেয়ে কম হলে নাস্তি কল্পনা গ্রহণীয় হবে।

সারসংক্ষেপ ঃ

যথার্থতা যাচাইয়ের জন্য সাধারণত পরিমিত যাচাই, কাই বর্গ যাচাই এবং F যাচাই করা হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-১০.২:

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন:

১। নমুনার আকার ছোট হলে এবং σ²এর মান জানা না থাকলে $H_0:\mu = \mu_0$ যাচাই এর জন্য কোন যাচাই ব্যবহার করা হয়?

ক) পরিমিত যাচাই খ) t-যাচাই, গ) $\chi^২$যাচাই ঘ) কোনটিই নয়

২। z-যাচাই এর সূত্র কোনটি?

ক) $\frac{- mo}{s/\sqrt{n}}$ খ) $\frac{x - mi}{s/\sqrt{n}}$

গ) **Error!**কোনটিই নয়।

৩। $\chi^২$ যাচাই এর সূত্র কোনটি?

ক) **Error!** খ) **Error!**

গ) **Error!** (ঘ) কোনটিই নয়

৪। F-যাচাইকে কি যাচাই বলা হয়?

ক) ভেদাংক অনুপাত যাচাই

খ) একটি ভেদাংকের যথার্থতা যাচাই

গ) অনেকগুলো ভেদাংকের সমতা যাচাই

ঘ) কোনটিই নয়।

৫। F-এর স্বাধীনতার মাত্রা কত?

ক) $(n_১-১),(n_২-১)$ (খ) $(n_১+১),(n_২-১)$ গ) $(n_১-১),(n_২+১)$ (ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্ণয় ঃ

৬। পরিমিত যাচাইয়ের সুত্রটি হল, $z = \frac{- m}{s/\sqrt{n}}$

শুণ্যস্থান পূরণ ঃ

৭। t যাচাইয়ের সূত্র, t= --------------

৮। χ^2যাচাইয়ের সূত্র, χ^2= -----------------

৯। F যাচাইয়ের সূত্র, F= -----------

বাক্য মিলানো ঃ

১০। F যাচাইয়ের স্বাধীনতা মাত্রা	ক) (n-১)
১১। χ^2যাচাইয়ের স্বাধীনতার মাত্রা	খ) $(n_1-১)$ $(n_2-১)$

পাঠ-১০.৩	**গড়ের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই** **(Test of significance about means)**

ভূমিকাঃ

গড়ের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই করা যায়। এ পাঠে কিভাবে গড়ের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই করা যায়, যে সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি–

- তথ্যবিশ্বের গড়ের একটা বিশেষ মানকে নমুনা গড়ের সাথে যাচাই করতে পারবেন
- দুটি নিরপেক্ষ নমুনা গড়ের পার্থক্য যাচাই করতে পারবেন অর্থাৎ এগুলো একই তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে কিনা যাচাই করতে পারবেন
- অনেকগুলি নিরপেক্ষ নমুনা গড়ের তুলনা করতে পারবেন

গড়ের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই:

নমুনা গড়ের সাথে তথ্যবিশ্বের একটি বিশেষ গড়ের তুলনা ঃ

পূর্বের পাঠে (পাঠ-১০.২) এ নমুনা গড়ের সাথে তথ্যবিশ্বের একটি বিশেষ গড়ের পার্থক্য যাচাইয়ের পদ্ধতি আলোচনা করা হয়েছে। এক্ষেত্রে নাস্তি কল্পনা $H_o : \mu = \mu_o$ এবং বিকল্প কল্পনা $H_১: \mu \neq \mu_o$

নমুনা আকার বড় হলে এবং তথ্যবিশ্বের ভেদাংক জানা থাকলে যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক $z = \frac{| - mo|}{s/\sqrt{n}} \sim N(০, ১)$।

আবার, নমুনার আকার ছোট হলে এবং তথ্যবিশ্বের বিন্যাসের ভেদাংক অজানা থাকলে অর্থাৎ নিরূপণ করে নিতে হলে সেক্ষেত্রে যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক $t = \frac{| - mo|}{s/\sqrt{n}}$

উদাহরণ–১ ঃ

একটি তথ্যবিশ্বের পরিমিত বিন্যাস থেকে ১৫ আকারের নমুনা নেয়া হল। নমুনার তথ্যমানসমূহ নিম্নরূপঃ

৩০ ২১ ২৪ ২৮ ২৫ ৩৫ ৩০ ৩৮ ২৩ ২৪ ২৫ ৩৪

২৬ ৪০ ৪৩।

(i) পরিমিত বিন্যাসের ভেদাংক $\sigma^২ = ১৩$ এবং (ii) পরিমিত বিন্যাসের ভেদাংক অজানা- এ দুটো অনুমানের জন্য $H_o:\mu = ৩৫$ নাস্তি কল্পনাটি যাচাই করুন।

সমাধান ঃ (i) প্রথম অনুমানের জন্য– $d = \frac{| - mo|}{s|\sqrt{n}}$

এখানে $\mu_o = ৩৫, n = ১৫, \sigma = \sqrt{16} = ৪$

$$\bar{x} = \frac{30 + 21 + 24 + 28 + ... + 43}{15}$$

$$= ২৯.৭৩$$

সুতরাং $z = \frac{29.73 - 35}{4/\sqrt{15}}$

$$= \frac{5.27}{1.03} = ৫.১২$$

এখানে z = ৫.১২>১.৯৬

সুতরাং নাস্তি কল্পনা ৫% যথার্থতার মাত্রায় বাতিল।

(ii) দ্বিতীয় অনুমানের ক্ষেত্রে অর্থাৎ σ এর মান জানা নেই।

μ_0 = ৩৫, n = ১৫, s = ৬.৮৭, $\bar{x}$= ২৯.৭৩, $H_0{:}\mu$= ৩৫, যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক

$$t = \frac{- mo}{s/\sqrt{n}}$$

$$= \frac{29.73 - 35}{6.787/\sqrt{15}}$$

$$= \frac{5.27}{1.75} = ৩.০১$$

এবং ৫% যথার্থতা মাত্রায়(১৫-১) = ১৪ স্বাধীনতার মাত্রায় t-এর সারণীকৃত মান, t= ২.১৪৫। যেহেতু t>২.১৪৫। সুতরাং নাস্তি কল্পনা বাতিল।

দুটি নিরপেক্ষ নমুনা গড়ের পার্থক্য যাচাই ঃ

মনে করি $n_{১}$ এবং $n_{২}$ আকারের দুটি নিরপেক্ষ নমুনা যার গড় যথাক্রমে $\bar{x}_{১}$এবং $\bar{x}_{২}$ ও পরিমিত ব্যবধান যথাক্রমে $s_{১}$ এবং $s_{২}$। ধরা যাক নমুনা দুটি নিরপেক্ষভাবে দুটি তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে। তথ্যবিশ্ব দুটি পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে যার গড় যথাক্রমে $\mu_{১}$ এবং $\mu_{২}$। নমুনা দুটি একই গড় বিশিষ্ট তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে যাচাই করতে হবে। এখানে নাস্তি কল্পনা $H_0{:}\mu_{১} = \mu_{২}$ এবং বিকল্প কল্পনা $H_{১}{:}\mu_{১}\square\mu_{২}$ যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক

হবে- $$t = \frac{1 - 2}{s\sqrt{\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2}}}$$

যেখানে $\bar{x}_{১}$ = ১ম নমুনার গড়

$\bar{x}_{২}$ = ২য় নমুনার গড়

$n_{১}$ = ১ম নমুনার গড়

$n_{২}$ = ২য় নমুনার গড়

s = সংযুক্ত পরিমিত ব্যবধান

s = **Error!**

t-এর স্বাধীনতার মাত্রা = $n_{১}+n_{২}$-২

এখানে $t \geq t$.০৫ হলে নাস্তি কল্পনা বাতিল হবে। অন্যথায় ইহা গ্রহণযোগ্য হবে। t.০৫ হলে $n_{১}+n_{২}$-২ স্বাধীনতার মাত্রা এবং ৫% যথার্থতা মাত্রায় t-এর সারণীকৃত মান।

উদাহরণ-২ঃ

একটি টিউটোরিয়াল কেন্দ্র থেকে ২০ জন ছাত্র/ছাত্রী নিয়ে তার গড় বয়স ১৭ বৎসর এবং পরিমিত ব্যবধান ৩ পাওয়া গেল। অন্য একটি টিউটোরিয়াল কেন্দ্র থেকে ২৫ জন ছাত্র/ছাত্রীর একটি নমুনা নিয়ে তাদের গড় বয়স ১৯

এবং পরিমিত ব্যবধান ২.৮৭ পাওয়া গেল। টিউটোরিয়াল কেন্দ্র দুটির ছাত্র/ছাত্রীদের গড় বয়সের মধ্যে কোন পার্থক্য আছে কিনা যাচাই করুন।

সমাধান ঃ নাস্তি কল্পনা $H_0 : \mu_{১} = \mu_{২}$ এবং বিকল্প কল্পনা $H_{১} : \mu_{১}\square\mu_{২}$

যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক $t = \frac{1 - 2}{s\sqrt{\frac{1}{n1} + \frac{1}{n2}}}$

এখানে $x_{১}$ = **১ম টিউটোরিয়াল কেন্দ্রের ছাত্র/ছাত্রীদের বয়সের গড় = ১৯**

$x_{১}$ = ২০

$x_{২}$ = ২৫

s = **Error!**

$ং = \sqrt{\frac{19¥3 + 24¥2.87}{43}}$

= **১.৭১**

অতএব, $ঃ = \frac{17 - 19}{1.71\sqrt{\frac{1}{20} + \frac{1}{25}}}$

$= \frac{2}{1.71\square 0.3}$

$= \frac{2}{0.513} =$ ৩.৮৯৯৮

আবার, ৪৩ স্বাধীনতার মাত্রায় সারণীয়কৃত $t_{.০৫}$ = **১.৯৬**

সুতরাং t>**১.৯৬**,নাস্তি কল্পনা বাতিল বলে গণ্য হবে। অর্থাৎ টিউটোরিয়াল কেন্দ্র দুটির ছাত্র-ছাত্রীরদের গড় বয়স এক নয়।

সারসংক্ষেপঃ

তথ্যের আকার বড় বা ছোট হলে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক ভিন্ন ধরনের হয়

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-১০.৩

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্নঃ

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিনঃ

১। নমুনা আকার ছোট হলে এবং তথ্যবিশ্বের ভেদাংক জানা না থাকলে কোন যাচাই স্ট্যাটিস্টিক ব্যবহৃত হয়?

(ক) t(খ) d

(গ) F (ঘ) কোনটিই নয়

২। $H_0:\mu = \mu_0$ নাস্তি কল্পনার জন্য যাচাই স্ট্যাটিস্টিক এর সূত্র কোনটি?

(ক) $t = \frac{- mo}{s/\sqrt{n}}$ (খ) $t = \frac{x - mos}{\sqrt{n}}$

(গ) $t = \frac{s/\sqrt{n}}{x - mo}$ (ঘ) কোনটিই নয়

৩। দুটি নিরপেক্ষ নমুনা গড়ের পার্থক্য যাচাই স্ট্যাটিস্টিক কোনটি?

(ক) s (খ) Ho : $\mu_২ = \mu_২$

গ) t = **Error!** (ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৪। নমুনার আকার বড় হলে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক, $t = \frac{\bar{x} - m0}{s/\sqrt{n}}$

শুণ্যস্থান পূরণ ঃ

৫। সাধারনত নাস্তি কল্পনাকে ---- চিহ্নিত করা হয়।

৬। দুটি নিরপেক্ষ গড়ের পার্থক্য যাচাই করতে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক, t = ----------- ।

বাক্য মিলানো ঃ

৭। দুটি নিরপেক্ষ গড়ের পার্থক্য যাচাইয়ের স্বাধীনতার মাত্রা	ক) $\frac{\bar{x}_১ - \bar{x}_২}{s\sqrt{\frac{২}{n_১} + \frac{১}{n_২}}}$
৮। দুটি নমুনার গড়ের নাস্তি কল্পনা $H_0: \mu_1 = \mu_2$ এর যাচাই স্ট্যাটিস্টিক t =	খ) $n_1 + n_2$ - ২

পাঠ-১০.৪ অনুপাতের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই (Test of Significance About Proportion)

ভূমিকা:

যথার্থতা বিচারে অনুপাত সম্মন্ধে যাচাই একটি গুরুত্বপূর্ণ অংশ। বর্তমান পাঠে অনুপাত সম্মন্ধে যথার্থতা যাচাই আলোচনা করা হয়েছে।

উদ্দেশ্য

এই পাঠ শেষে আপনি–

- তথ্যবিশ্বের অনুপাতের সাথে নমুনা অনুপাতের তুলনা যাচাই করতে পারবেন।
- তথ্যবিশ্বের অনুপাতের সাথে দুটি নমুনা অনুপাতের যাচাই করতে পারবেন।

অনুপাতের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই

তথ্যবিশ্বের পূর্ব নির্ধারিত অনুপাতের সাথে একটি নমুনার অনুপাতের তুলনা যাচাই ঃ

গুনগত চলকের পর্যালোচনা করার জন্য নমুনা জরিপ করা হয়ে থাকে। যেমন-কোন গ্রামে কত অংশ শিক্ষিত লোকজন আছে, কত অংশের বাড়ীতে টেলিভিশন আছে ইত্যাদি। এখানে শিক্ষিত লোক, টেলিভিশন থাকা ইত্যাদি গুনগত চলক।

মনে করি, কোন তথ্যবিশ্ব থেকে দৈব পদ্ধতিতে n সংখ্যক একক নিয়ে একটি নমুনা গঠণ করা হল এবং এই নমুনার মধ্যে m সংখ্যক একক কোন এক বিশেষ বৈশিষ্ট্যের অধিকারী। সুতরাং ঐ বৈশিষ্ট্যের অধিকারী এককের অনুপাত হবে $p = \frac{m}{n}$।

ধরা যাক, p_o হল তথ্যবিশ্বে ঐ বিশেষ বৈশিষ্ট্যের অধিকারী এককের পূর্ব নির্ধারিত অনুপাত। নাস্তি কল্পনা হবে। $H_o{:}P = P_o$।

এক্ষেত্রে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক

$$z = \textbf{Error!} \sim N(০, ১)$$

z এর বিন্যাস পরিমিত বিন্যাস হবে যার গড় শূণ্য এবং ভেদাংক **১**। যদি $z \geq$ **১.৯৬** হয় তবে নাস্তি কল্পনা বাতিল হবে অন্যথায় গৃহীত হবে।

উদাহরণ-১ঃ

চলিশীয়া গ্রামের লোকসংখ্যা থেকে দৈবায়িত পদ্ধতিতে **১৫০** জন লোককে নির্বাচন করে দেখা গেল যে, ৬০ জন শিক্ষিত। ঐ গ্রামের যদি প্রকৃত শিক্ষিত লোকের অনুপাত০.৪৫ হয় তবে এর সাথে নমুনায়িত অনুপাতের তুলনা করুন।

সমাধান ঃ এখানে $H_o{:}p = p_o = ০.৪৫, N =$ **১৫০**

প্রদত্ত তথ্য থেকে পাওয়া যায় $p = \frac{60}{150} = ০.৪০$।

$$\therefore\ z = \textbf{Error!} \sim N(০, ১)$$

$$= \textbf{Error!}$$

$$= \frac{0.05}{0.04} = \textbf{১.২৫}$$

এখানে $z =$ **১.২৫**<**১**.৯৬ সুতরাং নাস্তি কল্পনা গ্রহণযোগ্য হবে অর্থাৎ নমুনা অনুপাতের সাথে প্রকৃত অনুপাতের কোন পার্থক্য নেই।

দুটি নমুনা অনুপাতের যাচাই ঃ

মনে করি, $n_১$এবং $n_২$ আকারের দুটি নমুনা নিরপেক্ষভাবে দৈবায়িত উপায়ে তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে। ধরা যাক নমুনা এককগুলোর যথাক্রমে $m_১$ এবং $m_২$ সংখ্যক একক একটা বিশেষ বৈশিষ্ট্যের অধিকারী।

সুতরাং প্রথম নমুনার জন্য অনুপাত $p_১ = \frac{m1}{n1}$

দ্বিতীয় নমুনার জন্য অনুপাত $p_২ = \frac{m2}{n2}$

যাচাই করতে হবে যে নমুনা দুটির অনুপাত একই অনুপাত বিশিষ্ট তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে।

নাস্তি কল্পনা $H_o{:}p_১ = p_২$

বিকল্প কল্পনা H_i:p১ □ p২

এক্ষেত্রে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক d = **Error!**~ N(০, ১)

যেখানে $p = \frac{m1 + m2}{n1 + n2}$

এবং z এর বিন্যাস পরিমিত বিন্যাস হবে যার গড় শূন্য এবং ভেদাংক ১।

এখন ৫% যথার্থতার মাত্রায় $z \geq$১,৯৬ হলে নাস্তি কল্পনা বাতিল হবে অন্যথায় গৃহীত হবে।

উদাহরণ-২ ঃ

শৈলকুপা থানার দহকুলা গ্রাম থেকে দৈবায়িত উপায়ে যথাক্রমে ৭০ জন এবং ১০০ জন করে দুই দল লোককে নির্বাচিত করা হল। দেখা গেল যে ১ম দলে ৩০ জন শিক্ষিত এবং দ্বিতীয় দলে ৪০ জন শিক্ষিত। দুই দলের শিক্ষিত লোকের অনুপাত সমান কিনা যাচাই করুন।

সমাধান ঃ প্রথম দলের অনুপাত p১ = $\frac{30}{70} = \frac{3}{7} =$ ০.৪৩

দ্বিতীয় দলের অনুপাত = $\frac{40}{100} =$ ০.৪০।

এবং $p = \frac{30 + 40}{70 + 100} = \frac{70}{170} =$ ০.৪১

∴ d = **Error!**~ N(০, ১)

= **Error!**

$= \frac{0.07}{\sqrt{0.41 \square 059 \square 0.024}}$

$= \frac{0.07}{0.076} =$ ১

এখানে d<১.৯৬ সুতরাং নাস্তি কল্পনা গৃহীত হবে। অর্থাৎ দুই দল লোকের শিক্ষিতের অনুপাতের মধ্যে কোন পার্থক্য নেই।

সারসংক্ষেপঃ

অনুপাত সম্পর্কিত যাচাই করতে এককের অনুপাত হবে n সংখ্যক একক নমুনার এককের অনুপাত

পাঠোত্তর মূল্যায়ন ঃ ১০.৪

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন:

১। অনুপাত নির্ণয়ের জন্য কি রকম বৈশিষ্ট্যের একক প্রয়োজন?

ক) গুনগত বৈশিষ্ট্যের একক

খ) পরিমানগত বৈশিষ্ট্যের একক

গ) বস্তুগত বৈশিষ্ট্যের একক

ঘ) কোনটিই নয়।

২। তথ্যবিশ্বের অনুপাতের সাথে একটি বিশেষ নমুনা অনুপাত যাচাই এর নাস্তি কল্পনা কোনটি

ক) $H_o:p = p_o$ খ) $H_o:p \neq p_o$

গ) $H_o:p > p_o$ ঘ) কোনটিই নয়।

৩। দুটি নমুনা অনুপাত যাচাই এর জন্য নাস্তি কল্পনা কোনটি?

ক) $H_o:p_১ = p_২$ খ) $H_o:p_১ \neq p_২$

গ) $Hi:p_১ > p_২$ ঘ) কোনটিই নয়।

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৪। গুনগত চলকের পর্যালোচনা করতে নমুনা জরিপ করা হয়।

শুণ্যস্থান পূরণ ঃ

৫। অনুপাত সম্পর্কে যাচাইয়ের নাস্তি কল্পনা হবে ---------।

৬। অনুপাত সম্বন্ধে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক হবে ----------- ।

বাক্য মিলানো ঃ

৭। অনুপাত যাচাই স্ট্যাটিস্টিক	ক) d = **Error!**
৮। দুইটি নমুনা অনুপাত বিশিষ্ট তথ্যবিশ্ব থেকে নেওয়া যাচাই স্ট্যাটিস্টিক	খ) d = **Error!**

পাঠ ১০.৫ ভেদাংকের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই (Test of singnificance about Variance)

ভূমিকাঃ

পরিসংখ্যানে ভেদাঙ্কের ব্যবহার গুরুত্বপূর্ণ। ভেদাঙ্ক ব্যবহারের ক্ষেত্রে যাচাইও গুরুত্বপূর্ণ। এ পাঠ শেষে ভেদাঙ্ক যাচাই সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি–

- তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া একটি নমুনার ভেদাংক যাচাই করতে পারবেন।
- দুটি নমুনার ভেদাংকের পার্থক্য যাচাই করতে পারবেন।
- অনেকগুলো নমুনার ভেদাংক সমূহের সমমাত্রিকতা যাচাই করতে পারবেন।

ভেদাঙ্কের ক্ষেত্রে যথার্থতা যাচাই

নমুনা ভেদাংকের সাথে তথ্যবিশ্বের পূর্ব নির্ধারিত ভেদাংকের তুলনা যাচাইঃ

মনে করি, $x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots\ldots x_n$ তথ্যমানসহ n আকারের একটি নমুনা একটি পরিমিত তথ্যবিন্যাস থেকে নেয়া হল যার গড় μ এবং ভেদাংক σ^2। ধরা যাক σ^2 এর নির্ধারিত মান σ_0^2।

এখানে নমুনা গড় $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

নমুনা ভেদাংক s^2 = **Error!**^{2}

এবং ইহা σ^2 এর নিরূপিত মান।

যাচাই করতে হবে যে, নমুনা ভেদাংক তথ্যবিশ্বের ভেদাংক এর সমান।

নাস্তি কল্পনা $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

বিকল্প কল্পনা $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

এক্ষেত্রে যাচাই স্ট্যাটিস্টিক

$$\chi^{২} = \frac{\Sigma(x_i - x)^{২}}{\sigma_0^{২}} = \frac{ns2}{s2}$$

যাহা $\chi^{২}$– বিন্যাস অনুসরণ করে যার স্বাধীনতার মাত্রা n-১।

যদি $\chi^{২}$ এর নির্ণেয় মান ৫% যথার্থতা মাত্রায় এবং (n-১) স্বাধীনতার মাত্রায় $\chi^{২}$– এর সারণীকৃত মান থেকে বড় হয় তবে নাস্তি কল্পনা বাতিল হবে অন্যথায় গৃহীত হবে।

অর্থাৎ যদি $\chi^{২} > x^{২০}{.০৫(n-১)}$ হয় তবে Ho বর্জন হবে অন্যথায় গৃহীত হবে।

উদাহরণ-৫ ঃ

১০ জন ছাত্রের ওজন (কিলোগ্রাম) নিম্নে দেয়া হল।

৩৫, ৪০, ৪৩, ৫২, ৪৭, ৪৫, ৫৫, ৪৭, ৫১, ৫০

দেখান যে উল্লেখিত ১০ জন ছাত্রের ওজন এমন একটি তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছিল যা পরিমিত বিন্যাস অনুসরণ করে এবং এর ভেদাংক ১৭।

সমাধান ঃ $\overline{x} = \frac{35 + 40 + 43 + ... + 50}{10} = ৪৬.৫$

$$s^{২} = \frac{1}{10 - 1}[৩৫২+৪০২+৪৩২+...........+৫০২-১০\times(৪৬.৫)^{২}]$$

$$= ৩৬.০৬$$

নাস্তি কল্পনা $H_o:\sigma^{২} = ১৭$

বিকল্প কল্পনা $H_i:\sigma^{২} \neq ১৭$

$$\therefore \chi^{২} = \frac{ns^{২}}{\sigma_{\circ}^{২}} = \frac{১০\times ৩৬.০৬^{২}}{১৭}$$

$$= ২১.২১$$

$\chi^{২৯}{.০৫}$ এর সারণীকৃত মান = ১৬.৯২

এখানে $\chi^{২} > \chi^{২৯}(০.০৫)$

সুতরাং নাস্তি কল্পনা বর্জন হবে।

দুটি নমুনা ভেদাংকের যথার্থতা যাচাই ঃ

মনে করি, $x_{১১}, x_{১২}, \ldots\ldots\ldots\ldots x_{১n১}$ তথ্যমানসহ $n_১$ আকারের একটি নমুনা $\sigma_১^২$ ভেদাংকসহ একটি পরিমিত বিন্যাস থেকে নেয়া হয়েছে এবং $x_{২১}, x_{২২}, \ldots\ldots\ldots, x_{২n২}$ তথ্যমানসহ $n_২$ আকারের অপর একটি নমুনা $\sigma_২^২$ ভেদাংকসহ অন্য একটি পরিমিত বিন্যাস থেকে নেয়া হয়েছে। নমুনা দুটি নিরপেক্ষভাবে নেয়া হয়েছে।

এখন $s_১^২ =$ **Error!**^{২}, $\sigma_১^২$ এর নিরূপিত মান

এবং $s_২^২ =$ **Error!**^{২}, $\sigma_২^২$ এর নিরূপিত মান

যাচাই করতে হবে যে, নমুনা দুটি একই ভেদাংক বিশিষ্ট তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে।

নাস্তি কল্পনা $H_O: \sigma_১^২ = \sigma_২^২$

বিকল্প কল্পনা $H_১: \sigma_১^২ \neq \sigma_২^২$

যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক $F = \dfrac{S_১^২}{S_২^২}$

ইহা F বিন্যাস অনুসরণ করে যার স্বাধীনতার মাত্রা $(n_১-১)$ এবং $(n_২-১)$।

যদি $F \geq F_{০.০৫(n_১-১), (n_২-১)}$ হয় তবে নাস্তি কল্পনা বর্জন হবে অন্যথায় গৃহীত হবে।

এখানে $F_{০.০৫(n_১-১), (n_২-১)}$ হল ৫% যথার্থতা মাত্রায় এবং $(n_১-১), (n_২-১)$ স্বাধীণতার মাত্রায় F-এর সারণীকৃত মান।

উদাহরণ-৬

ধরা যাক, দুটি নিরপেক্ষ নমুনা নেয়া হল যার নমুনা আকার যথাক্রমে ১০ ও ১৫ এবং তাদের ভেদাংক যথাক্রমে ৭ ও ৫। নমুনা দুটি একই ভেদাংক বিশিস্ট তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে কিনা যাচাই করুন।

সমাধান ঃ $Ho: \sigma_১^২ = \sigma_২^২$ এবং $H_১: \sigma_১^২ \neq \sigma_২^২$

এখানে $s_১^২ = ৭$ $s_২^২ = ৫$, $n_১ = ১০$, $n_২ = ১৫$

$\therefore F = \dfrac{s_১^২}{s_২^২} = \dfrac{7}{5} = ১.৪০$

এখানে $F_{০.ss০৫(৯.১৪)}$

$= ২.৬৫$

এখানে প্রাপ্ত F সারণীকৃত F অপেক্ষা ছোট।

সুতরাং নাস্তি কল্পনা গৃহীত হবে।

ভেদাংকের সমমাত্রিকতা যাচাই ঃ

মনে করি h সংখ্যক নমুনা যাদের আকার এবং ভেদাংক যথাক্রমে n_i এবং $s_i^২$; $i = ১, ২, \ldots\ldots\ldots n$

পরিমিত তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে। নমুনা সমূহ একই ভেদাংক বিশিষ্ট তথ্যসমূহ নেয়া হয়েছে কিনা যাচাই করতে হবে।

নাস্তি কল্পনা $H_0 = \sigma_১^২ = \sigma_২^২ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \sigma_n^২$

এম, এস, বার্টলেট (১৯৩৭) এই নাস্তি কল্পনা যাচাই এর জন্য নিম্নলিখিত সূত্র প্রদান করেন।

$\chi^২$ = **Error!**

ইহা (h-১) স্বাধীনতার মাত্রায় $\chi^{২-}$ বিন্যাস অনুসরন করে।

যেখানে $S^২$ = **Error!**

এবং M = ১+**Error!**

যদি $\chi^২ > \chi^২{(h-১),(০.০৫)}$ হয় তবে নাস্তি কল্পনা বর্জন হবে অন্যথায় গৃহীত হবে।

$\chi^2{(n-১)(০.০৫)}$ হল (h-১) স্বাধীনতার মাত্রা এবং ৫% যথার্থতা মাত্রায় $\chi^২$-এর সারণীকৃত মান।

উদাহরণ-৭ ঃ

পরিমিত তথ্যবিশ্ব থেকে যথাক্রমে ৭, ১০ ও ১৫ আকার বিশিষ্ট তিনটি নমুনা যাদের ভেদাংক যথাক্রমে ১১, ১৭ ও ২১ নেয়া হয়েছে। যাচাই করুন যে, নমুনা সমূহ একই ভেদাংক বিশিষ্ট তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে।

সমাধান ঃ এখানে $H_0: \sigma_১^২ = \sigma_২^২ = \sigma_৩^২$

যাচাই স্ট্যাটিস্টিক নির্ণয় সারণী

নমুনা	n_i-১	$\log_{১০} s_i^2$	$(n_i-১)\log_{১০} s_i^2$	$\frac{1}{ni - 1}$
১	৬	১.০৪১	৬.২৪৬	০.১৬৭
২	৯	১.২৩০	১১.০৭০	০.১১১
৩	১৪	১.৩২২	১৮.৫১১	০.০৭১
মোট	২৯		৩৫.৪২৭	০.৩৪৯

$$s^২ = \frac{6¥11 + 9¥17 + 14¥21}{29}$$

$$= \frac{513}{29} = ১৭.৬৮৯$$

$$\therefore \log_{১০} s^২ = ১.২৪৮$$

$n = ৩২,\ h = ৩,$

M = ১+**Error!**

= ১.০৬৪

সুতরাং $\chi২ = \frac{29¥1.248 - 35.427}{1.067} = ০.৭১৯$

এবং $\chi২_{(.০৫)} = ৫.৯৯$

এখানে যেহেতু $\chi^২ < \chi^{2}_{0.05\ 2}$

সুতরাং নাস্তি কল্পনা গৃহীত হবে। অর্থাৎ নমুনা সমূহ একই ভেদাংক বিশিষ্ট পরিমিত তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে।

নিজে করুন: পাঁচটি স্বাধীন নমুনার ভেদাংক ও নমুনা সংখ্যা দেওয়া আছে

নমুনা	১	২	৩	৪	৫
s_i^2	২.৫০	৩.২০	৫.৬১	৪.৩৪	৫.৮৩
n_i	৭	৬	৩	৪	৮

যথার্থতা যাচাই করুন, যখন, $H_o: \sigma_১=\sigma_২=\sigma_৩=\sigma_৪=\sigma_৫$

$H_১ : \sigma_১ \neq \sigma_২ \neq \sigma_৩ \neq \sigma_৪ \neq \sigma_৫$

সারসংক্ষেপ ঃ

যথার্থতা যাচাই করতে t (student t), $\chi^২$ (Chi-square) এবং F ভেদাংকের অনুপাত বিন্যাস অনুসারে নির্নয় করা হয়।

পাঠোত্তর মূল্যায়ন-১০.৫:

নৈর্ব্যক্তিক প্রশ্ন:

সঠিক উত্তরের পাশে টিক (√) চিহ্ন দিন:

১। তথ্যবিশ্বের পূর্ব নির্ধারিত ভেদাংকের সাথে একটি নমুনা ভেদাংকে নাস্তি কল্পনা কোনটি?

(ক) $H_i: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ (খ) $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$

(গ) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ (ঘ) কোনটিই নয়।

২। ভেদাংকের সমমাত্রিকা যাচাই এর জন্য নাস্তি কল্পনা কোনটি?

(ক) $H_i: \sigma_1^2 = s_2^2 = ... = s_h^2$

(খ) $H_0: \mu_2 = \mu_2 .... = \mu_h$

(গ) $H_0: s_1^2 = \sigma_2^2$

(ঘ) কোনটিই নয়

সত্য/মিথ্যা নির্ণয়ঃ

৩। χ^2 বিন্যাসের স্বাধীনতার মাত্রা n

৪। সর্বদা নমুনা ভেদাংক তথ্য বিশ্বের ভেদাংক এর সমান।

শুণ্যস্থান পূরণ ঃ

৫। χ^2 স্ট্যাটিস্টিক = ------------- ।

৬। F স্ট্যাটিস্টিক = ------------ ।

বাক্য মিলানো ঃ

৭। χ^2 স্ট্যাটিস্টিক এর স্বাধীনতার মাত্রা	ক) $(n_1-১, n_2-১)$
৮। F স্ট্যাটিস্টিক এর স্বাধীনতার মাত্রা	খ) (n-১)

চূড়ান্ত মূল্যায়ন-১০

সংক্ষিপ্ত ও রচনামূলক প্রশ্নাবলী

১। যথার্থতা যাচাই বলতে কি বুঝেন? এর সাথে সম্পর্কযুক্ত বিভিন্ন শব্দাবলীর সংজ্ঞা লিখুন।

২। যথার্থতা যাচাই এর বিভিন্ন ধাপসমূহ উল্লেখ করুন।

৩। নাস্তি কল্পনা, বিকল্প কল্পনা, যাচাই ষ্ট্যাটিস্টিক, বাতিল এলাকা, গ্রহণীয় এলাকা, ১ম ও ২য় প্রকার ভুল, যথার্থতার মাত্রা এবং স্বাধীনতার মাত্রার উদাহরণসহ সংজ্ঞা দিন।

৪। পরিমিত যাচাই, t-যাচাই, χ^2–যাচাই এবং F-যাচাই এর বর্ণনা করুন।

৫। পরিমিত যাচাই এবং t-যাচাই-এর মধ্যে পার্থক্য উল্লেখ করুন।

৬। স্বাভাবিক চিহ্নে নিম্নলিখিত নাস্তি কল্পনা সমূহ কিভাবে যাচাই করবেন আলোচনা করুন।

(ক) $H_0: \mu = \mu_0$ (খ) $H_0: \sigma^{২} = \sigma_0^2$

(গ) $H_0: \mu_{২} = \mu_{২}$ (ঘ) $H_0: \sigma_1^2 = s_2^2$

(ঙ) $H_0: \sigma_1^2 = s_2^2 \ldots\ldots\ldots\ldots = s_h^2$

৭। ১৩ ভেদাংক বিশিষ্ট একটি তথ্যবিশ্ব থেকে ৩৫ আকারের একটি নমুনা নিয়ে তার গড় পাওয়া গেল ৩৭। উক্ত তথ্যবিশ্বের গড় ৩২ কিনা তা কিভাবে যাচাই করবেন?

৮। ১৫ ও ২০ আকার বিশিষ্ট দুটি নমুনার ভেদাংক পাওয়া গেল যথাক্রমে ২১ ও ২৭। নমুনা দুটি একই ভেদাংক বিশিষ্ট পরিমিত তথ্যবিশ্ব থেকে নেয়া হয়েছে কিনা যাচাই করুন।

৯। স্বাভাবিক চিহ্ন ব্যবহার করে নিম্নলিখিত নাস্তি কল্পনা কিভাবে যাচাই করা যায় আলোচনা করুন।

(ক) $H_0: p = p_0$

(ক) $H_0: p_{১} = p_{২}$

১০। একটি ঔষধ প্রয়োগ করে দেখা গেল যে, ১৫০ জন রোগীর ৪০% রোগী আরোগ্য লাভ করে এবং ২০০ জন রোগী যাদেরকে ঔষধটি প্রয়োগ করা হয়নি তাদের ৩০% রোগী আরোগ্য লাভ করে। ঔষধটি কার্যকারিতা যথার্থ কিনা যাচাই করুন।

১১। ১৫, ২০ ও ২৫ আকার বিশিষ্ট তিনটি নমুনা পরিমিত তথ্যবিশ্ব থেকে নেওয়া হয়েছে এবং তাদের ভেদাংক যথাক্রমে ৩০, ৩৭ ও ৪১। নমুনা তিনটির ভেদাংক সমমাত্রিক কিনা যাচাই করুন।

১২। দুটি টিউটোরিয়াল কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে ১০ ও ১৫ জন ছাত্র দৈব পদ্ধতিতে নির্বাচন করে তাদের বয়স নিম্নে দেওয়া হল।

ছাত্রদের বয়স (বৎসর)

১ম টিউটোরিয়াল কেন্দ্র	১৫, ১৪, ১৭, ১৯, ১৫, ২০, ১৯, ১৮, ১৭, ২৬
২য় টিউটোরিয়াল কেন্দ্র	১৫, ২০, ১৭, ১৯, ২১, ২২, ১৮, ১৬, ১৪, ১৮, ২০, ১৯, ১৭, ১৮, ১৫

টিউটোরিয়াল কেন্দ্র দুটির ছাত্রদের গড় বয়সের তুলনা যাচাই করুন।

উত্তরমালাঃ

১০.১: ১। খ ২। গ ৩। ঘ ৪। গ ৫। সত্য ৬। সত্য ৭। নাস্তি কল্পনা ৮। বিকল্প কল্পনা ৯। গ ১০। ক ১১। খ

১০.২: ১। খ ২। ক ৩। ক ৪। ক ৫। ক ৬। সত্য ৭। $\dfrac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$ ৮। $\dfrac{(n-১)s^{২}}{\sigma^{২}}$ ৯। $\dfrac{s_{১}^{২}}{s_{২}^{২}}$ ১০। খ ১১। ক

১০.৩: ১। ক ২। ক ৩। গ ৪। মিথ্যা ৫। H_0 ৬। $\dfrac{\bar{x}_{১}-\bar{x}_{২}}{s\sqrt{\dfrac{১}{n_{১}}+\dfrac{১}{n_{২}}}}$ ৭। খ ৮। ক

১০.৪: ১। ক ২। ক ৩। ক ৪। সত্য ৫। $H_o{:}P_{১} = P_{২}$ ৬। $\dfrac{p-p_0}{\sqrt{p_0(১-p_0)/n}}$ ৭। খ ৮। ক

১০.৫: ১। খ ২। গ ৩। মিথ্যা ৪। মিথ্যা ৫। $\dfrac{(n-১)s^{২}}{\sigma^{২}}$ ৬। $\dfrac{s_{১}^{২}}{s_{২}^{২}}$ ৭। খ ৮। ক
