ইউনিট ১৬

ক্ষেত্রফল

ভূমিকা

ক্ষেত্রফল গণিতের গুরুত্বপূর্ণ অধ্যায়। কোন সমতলের সীমাবদ্ধ স্থানকে ক্ষেত্র বলে এবং ক্ষেত্রের পরিমাপকে ক্ষেত্রফল বলে। কৃষিভিত্তিক সভ্যতার যুগে ক্ষেত্রের ব্যবহার খুবই প্রয়োজন ছিল। তাই ক্ষেত্র পরিমাপের সমস্যার সমাধানের জন্য উপপাদ্য স্বীকৃতি হিসাবে ধরে

নেওয়া হয়েছে। এ ইউনিটে ক্ষেত্রফল, ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত বিভিন্ন উপপাদ্য ও সম্পাদ্য সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হল।

উদ্দেশ্য

এ ইউনিট শেষে আপনি–

- বিভিন্ন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সম্পর্কে জানতে পারবেন;
- ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত কতিপয় উপপাদ্য জানতে পারবেন;
- ক্ষেত্রফলে সম্পাদ্য সম্পর্কে ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

ক্ষেত্র ক্ষেত্র

পাঠ-১ বিভিন্ন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি–

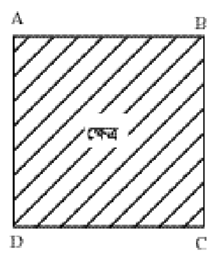
- ক্ষেত্রের বর্ণনা করতে ও ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- ক্ষেত্র সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

আমাদের চারপাশের সকল বস্তু কিছু না কিছু জায়গা জুড়ে রয়েছে। এ সব জায়গার অবস্থান সমতল, দ্বিমাত্রিক, ত্রিমাত্রিক বিভিন্ন রকমের হতে পারে। ক্ষেত্র বলতে আমরা সে সব অবস্থানকে বুঝব।

ক্ষেত্রের ধারণা, পরিমাপ ও ক্ষেত্র সম্পর্কিত বিভিন্ন প্রকার সমাধান করতে হলে তার সম্পর্কে জানা প্রয়োজন। এ পাঠে বিভিন্ন প্রকার ক্ষেত্র সম্পর্কে বিস্তারিত আলোচনা করা হল।

ক্ষেত্র

কোন সমতলের সীমাবদ্ধ স্থানকে ক্ষেত্র বলে।



চিত্র : ১৬.১

চিত্রে $ABCD$ একটি ক্ষেত্র।

ক্ষেত্রফল

সীমাবদ্ধ স্থানের বা ক্ষেত্রের পরিমাপকে ঐ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলে। যে কোন পরিমাপের জন্য একক প্রয়োজন।

কোন সমতলের সীমাবদ্ধ স্থানকে ক্ষেত্র বলে। ক্ষেত্রের পরিমাপকে ঐ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলে।

ক্ষেত্র পরিমাপের এককগুলো নিম্নরূপ–

দেশীয় পদ্ধতিতে : দেশীয় পদ্ধতিতে ক্ষেত্র পরিমাপের এককগুলো দৈর্ঘ্যের একক থেকে রূপান্তরিত হয়নি।

1 কাঠা = 16 ছটাক = 720 বর্গফুট = 80 বর্গগজ = 66.89 বর্গমিটার

1 ছটাক = 5 বর্গগজ = 45 বর্গফুট = 20 গণ্ডা

1 গন্ডা = 1 বর্গহাত,

1 বিঘা = 20 কাঠা = 1600 বর্গগজ

ব্রিটিশ পদ্ধতি :

1 বর্গগজ = 9 বর্গফুট

1 একর = 4840 বর্গগজ = 3 বিঘা 8 ছটাক = 100 ডেসিম্যাল

1 বর্গফুট = 144 বর্গইঞ্চি

1 ডেসিমাল = 4840 বর্গগজ = 435.5 বর্গফুট

মেট্রিক পদ্ধতি :

1 বর্গমিটার = 100 বর্গডেসিমিটার = 10,000 বর্গসেন্টিমিটার

1 বর্গডেকামিটার = 100 বর্গমিটার = 1 এয়র

1 বর্গহেক্টোমিটার = 100 বর্গডেকামিটার = 10,000 বর্গমিটার

1 হেক্টর = 10,000 বর্গমিটার = 1 বর্গহেক্টোমিটার

মেট্রিক একক ও ব্রিটিশ এককের রূপান্তর :

1 বর্গসে.মি. = 0.145 বর্গইঞ্চি

1 বর্গমিটার = 1.195 বর্গগজ = 10.76 বর্গফুট

1 হেক্টর = 2.47 একর = 24.7 ডেসিম্যাল

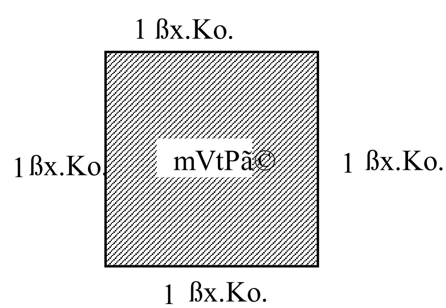
1 বর্গকি.মি. = 100 হেক্টর = 0.3861 বর্গমাইল

1 এয়র = 100 বর্গমি. = 1 বর্গ ডেকামিটার

1 হেক্টর = 100 এয়র = 247 ডেসিম্যাল

1 এয়র = 2.47 ডেসিম্যাল

যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সে.মি. তার ক্ষেত্রফল 1 বর্গসেন্টিমিটার। চিত্রে দেখুন –



1 বর্গসে.মি. ক্ষেত্রফল

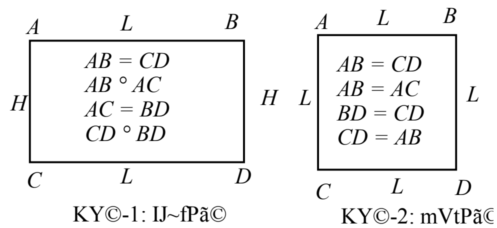
চিত্র : ১৬.২

বিভিন্ন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

১. আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য ∞ প্রস্থ; আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ≠ প্রস্থ

২. বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য ∞ প্রস্থ (প্রস্থ = দৈর্ঘ্য) = দৈর্ঘ্য২

চিত্র দেখুন :



চিত্র : ১৬.৩

চিত্র-১ এ $ABCD$ আয়তক্ষেত্রটি লক্ষ করুন দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ সমান নয়।

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= L \times H$ বর্গএকক

চিত্র-২ এ $ABCD$ ক্ষেত্রটির সকল বাহু সমান তাই এটি বর্গক্ষেত্র।

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= L \times L = L^2$ বর্গএকক।

উদাহরণ 1 : একটি ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 3 মি. ও প্রস্থ 2 মি.। তাহলে ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : যেহেতু দৈর্ঘ্য $\neq$ প্রস্থ তাই ক্ষেত্রটি আয়তক্ষেত্র।

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ $\times$ প্রস্থ = 3 মি. $\times$ 2 মি. = 6 বর্গমিটার

উদাহরণ 2 : একটি ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 5 মি. ও প্রস্থ 5 মিটার। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : যেহেতু দৈর্ঘ্য = প্রস্থ তাই ক্ষেত্রটি বর্গক্ষেত্র।

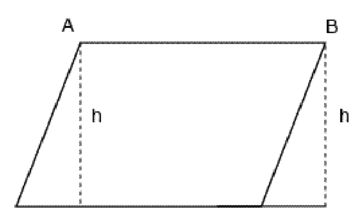
বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = [দৈর্ঘ্য]২

= 5 $\times$ 5 বর্গমিটার

= 25 বর্গমিটার

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

চিত্রে : $ABCD$ একটি সামান্তরিক। সামান্তরিকের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল।



চিত্র : সামান্তরিক

চিত্র : ১৬.৪

সামান্তরিক বললে সামান্তরিক চিত্র সদৃশ ক্ষেত্রকে বুঝায় তাই,

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি $\times$ উচ্চতা $= AB \times h$ বর্গএকক।

সামান্তরিক ক্ষেত্রের যে কোন বাহুকে ভূমি ধরা যেতে পারে। ভূমি-রেখা ও ভূমির বিপরীত বাহু-রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব ক্ষেত্রটির উচ্চতা।

উদাহরণ 3 : একটি সামান্তরিকের ভূমি 7 মিটার ও উচ্চতা 4 মিটার। ঐ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি,

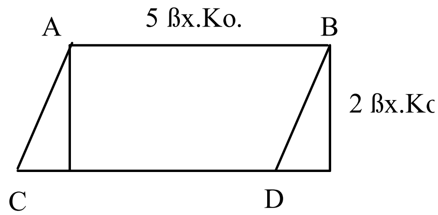
সামান্তরিকের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি X উচ্চতা

= 7 X 4 বর্গমিটার

=28 বর্গমিটার

নিজে করুন–

1. কোন সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল 32 বর্গমিটার উচ্চতা 8 মিটার হলে, সামান্তরিকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
2.

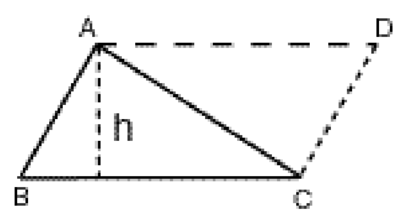


চিত্র : ১৬.৫

চিত্রে $ABCD$ একটি সামান্তরিক। $ABCD$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

ABC একটি ত্রিভুজ



চিত্র : ১১.৬

ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে হবে।

ত্রিভুজটি বর্ধিত করে $ABCD$ সামান্তরিকে রূপ দেওয়া হল। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল হবে = BC X সামান্তরিকের উচ্চতা

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} BC$ X h *[*কারণ ত্রিভুজ $= \frac{1}{2}$ X সামান্তরিক*]*

$=\frac{1}{2}$ ভূমি x উচ্চতা

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ ভূমি x উচ্চতা (বর্গএকক)

উদাহরণ 4 : একটি ত্রিভুজের ভূমি 12 সে.মি. এবং উচ্চতা 5 সে.মি.। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল$=\frac{1}{2}$ ভূমি x উচ্চতা (বর্গএকক)

$=\frac{1}{2}$ x 12 x 5 বর্গ সে.মি.

$= 6$ x 5 বর্গ সে.মি.

$=30$ বর্গ সেন্টিমিটার

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 30 বর্গ সে.মি.

উদাহরণ 5 : একটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 64 বর্গইঞ্চি। যদি ভূমির দৈর্ঘ্য 8 ইঞ্চি হয় তবে উচ্চতা h নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ ভূমি x উচ্চতা (বর্গএকক)

দেওয়া আছে,

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 64$ বর্গইঞ্চি

এবং ভূমি $= 8$ ইঞ্চি অতএব,

$64 = \frac{1}{2}$ x 8 x উচ্চতা (বর্গএকক)

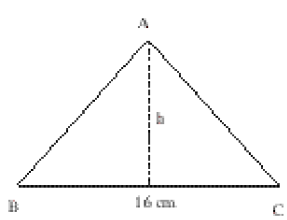
$\therefore$ উচ্চতা $= \frac{64 \text{ x } 2}{8}$ ইঞ্চি

$= 8$ x 2 ইঞ্চি

$= 16$ ইঞ্চি

$\therefore$ নির্ণেয় উচ্চতা 16 ইঞ্চি।

নিজের করুন : দেওয়া আছে, ABC একটি ত্রিভুজ



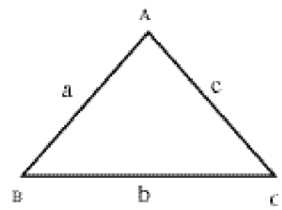
চিঃ ত্রিভুজ

এর $BC = 16$ সে.মি. এবং ক্ষেত্রফল 160 বর্গ সে.মি. ত্রিভুজের উচ্চতা h নির্ণয় করুন।

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য অন্য একটি সূত্র ব্যবহার করা হয়। সূত্রটি নিচে দেওয়া হল :

যদি ABC একটি ত্রিভুজ হয় এবং উহার বাহুর দৈর্ঘ্য $AB = a, BC = b, \ CA = c$

এবং পরিসীমার অর্ধেক $S = \dfrac{a+b+c}{2}$ হয় তবে,



চিত্র : ১৬.৮

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হবে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\Delta = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)s}$ বর্গএকক

উদাহরণ 6 : যদি কোন ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $AB= 8$ সে.মি. $BC = 7$ সে.মি. এবং $CA= 3$ সে.মি. হয় তবে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

যেখানে, $s = \dfrac{(8+7+5)}{2} = 10$ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{10(10-8)(10-7)(10-5)}$

$$= \sqrt{10\infty 2\infty 3\infty 5}$$

$$= \sqrt{300}$$

$$= \sqrt{100\infty 3}$$

$$= 10\sqrt{3}$$ বর্গ সে.মি.

$\therefore$ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= 10\sqrt{3}$ বর্গ সে.মি.

নিজে করুন :

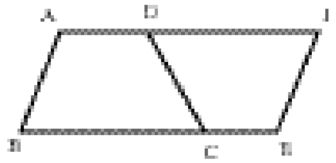
যদি $s=15$ সে.মি. $a= 10$ সে.মি., $b = 8$ সে.মি. এবং $c=7$ সে.মি. হয় তবে, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

৫. ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল :

যে চতুর্ভুজের দুইটি বাহু সমান্তরাল ও অপর দুইটি বাহু অসমান্তরাল তখন সেই চতুর্ভুজের নাম ট্রাপিজিয়াম। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফলকে নিম্নে দেওয়া হল :

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{1}{2}$ x (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের সমষ্টি x উচ্চতা)

চিত্রে *ABCD* একটি ট্রাপিজিয়াম



চিত্র : ১৬.৯

ক্ষেত্র $ABCD = \frac{1}{2}$ [বাহু *BE* X উচ্চতা]

এখানে *BC=a, AD=b,* উচ্চতা *h* হলে

$ABCD=\frac{1}{2}(a+b) \infty h$

উদাহরণ 7 : একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 15 মিটার ও 13 মিটার এবং তাদের উচ্চতা 3 মিটার। ঐ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের যোগফল) X উচ্চতা

$=\frac{1}{2}(15+13) \times 3$

$=\frac{1}{2}(28 \times 3)$

$= 14 \times 3$

=42 বর্গমিটার

$\therefore$ ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = 42 বর্গমিটার

নিজে করুন :

একটি ট্রাপিজিয়ামের আকৃতি টিনের ঘরের চালের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 30 সে.মি. ও 20 সে.মি. এবং চালের উচ্চতা 10 সে.মি। ঐ চালের কত বর্গ সে.মি. টিন রয়েছে?

পাঠ ২ ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি–

1 ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত কিছু উপপাদ্য ব্যাখ্যা করতে পারবেন।

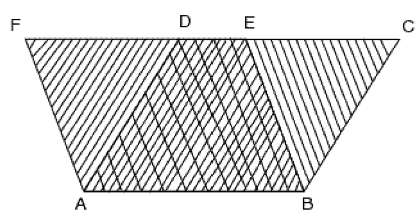
পূর্ব পাঠে ক্ষেত্রফল নির্ণয় সম্পর্কে আলোচনা করা হয়েছে। গাণিতিক বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য জানা দরকার। এ পাঠে ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্যগুলো আলোচনা করা

হল।

উপপাদ্য ১৬.১

একই ভূমির উপর একই সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিকের ক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান।

এখানে $ABCD$ ও $ABEF$ সামান্তরিকের ক্ষেত্র দুইটি একই ভূমি AB উপর এবং AB ও FC একই সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যে অবস্থিত। চিত্রে দেখুন,



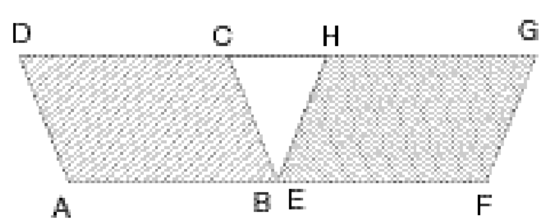
চিত্র : ১৬.১০

সুতরাং সামান্তরিক-ক্ষেত্র $ABCD =$ সামান্তরিক-ক্ষেত্র $ABEF$

উপাপাদ্য ১৬.২

সমান সমান ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাগুলোর মধ্যে অবস্থিত সামান্তরিকক্ষেত্রসমূহের ক্ষেত্রফল সমান।

চিত্রে দেখুন, $ABCD$ এবং $EFGH$ সামান্তরিক-ক্ষেত্র দুইটি যথাক্রমে সমান সমান ভূমি AB ও EF এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখাগুলো AF ও DG এর মধ্যে অবস্থিত।

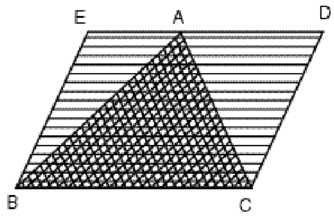


চিত্র : ১৬.১১

সুতরাং, সামান্তরিক-ক্ষেত্র $ABCD =$ সামান্তরিক-ক্ষেত্র $EFGH$

উপপাদ্য ১৬.৩

একটি ত্রিভুজ-ক্ষেত্র ও একটি সামান্তরিক-ক্ষেত্র একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখার মধ্যে অবস্থিত হলে, ত্রিভুজ-ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল সামান্তরিক ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফলের অর্ধেক হবে।



চিত্র : ত্রিভুজ ক্ষেত্র ABC

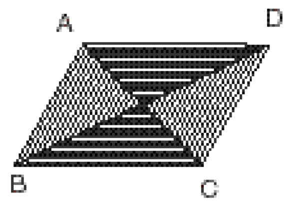
চিত্র : ১৬.১২

ত্রিভুজ-ক্ষেত্র ABC ও সামান্তরিক-ক্ষেত্র $EBCD$ একই ভূমি BC এর উপর এবং BC ও ED সমান্তরাল রেখার মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং ত্রিভুজ-ক্ষেত্র $ABC = \frac{1}{2}$ [সামান্তরিক-ক্ষেত্র $EBCD$]

উপাপাদ্য ১৬.৪

একই ভূমির উপর এবং একই সমান্তরাল রেখার মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান।



চিত্র : ১৬.১৩

ABC ও DBC ত্রিভুজক্ষেত্র একই ভূমি BC এর উপর এবং একই সমান্তরাল রেখার মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং ত্রিভুজ-ক্ষেত্র ABC=ত্রিভুজ ক্ষেত্র DBC

অনুরূপভাবে,

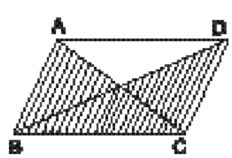
DC কে ভূমি ধরলে, ত্রিভুজ-ক্ষেত্র BCD = ত্রিভুজ-ক্ষেত্র ACD

AD কে ভূমি ধরলে, ত্রিভুজ-ক্ষেত্র .ACD = ত্রিভুজ-ক্ষেত্র BDA

AB কে ভূমি ধরলে, ত্রিভুজ-ক্ষেত্র ACB = ত্রিভুজ-ক্ষেত্র BDA

উপপাদ্য ১৬.৫

একই ভূমির উপর এবং তার একই পাশে অবস্থিত সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট সকল ত্রিভুজ-ক্ষেত্র একই সমান্তরাল রেখার মধ্যে অবস্থিত হবে।



চিত্র : ১৬.১৪

$ABCD$ চতুর্ভুজের একই ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজ-ক্ষেত্র ABC ও DBC একই ভূমি BC এর উপর এবং তার একই পাশে অবস্থিত।

সুতরাং, $AD \parallel BC$

পাঠ ৩ ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সম্পাদ্য

উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

1 ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সম্পাদ্যগুলো প্রমাণ ও প্রয়োগ করতে পারবেন।

পূর্বের পাঠসমূহে ক্ষেত্রফল ও ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত উপপাদ্য সম্পর্কে আলোচনা করা হয়ছে। এ পাঠে আমরা শুধুমাত্র ক্ষেত্রফল সম্পর্কিত সম্পাদ্য আলোচনা করব।

সম্পাদ্য ১৬.১

এমন একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

চিত্র : ১৬.১৫

মনে করুন, ABC একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্র এবং $<X$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূপ একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে, যার একটি কোণ $<X$ এর সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র Δ-ক্ষেত্র ABC-এর সমান।

অঙ্কন : BC বাহুকে E বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করুন। EC রেখাংশের E বিন্দুতে $<X$ কোণের সমান $<CEF$ অঙ্কন করুন। A বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল AG রেখা টানুন এবং মনে করুন তা EF রেখার F বিন্দুতে ছেদ করে। C বিন্দু দিয়ে EF রেখাংশের সমান্তরাল CG রেখা অঙ্কন করুন এবং মনে করুন তা AG রেখাকে G বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, $ECGF$ হবে নির্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ : A, E যোগ করুন। এখন, Δ-ক্ষেত্র $ABE=$ Δ-ক্ষেত্র ACE, [$\because$ $BE = EC$ এবং উভয়ের একই উচ্চতা।]

$\therefore$ Δ-ক্ষেত্র $ABC = 2(\Delta-$ ক্ষেত্র $AEC)$

আবার, সামান্তরিক-ক্ষেত্র $ECGF = 2(\Delta-$ক্ষেত্র $AEC)$

[$\because$ উভয়ে একই ভূমি EC-এর উপর অবস্থিত এবং $EC || AG$]

$\therefore$ সামান্তরিক-ক্ষেত্র $ECGF = \Delta-$ক্ষেত্র ABC

আবার, $<CEF = <X$ [$\because$ $EF || CG$, অঙ্কনানুসারে]

$\therefore$ সামান্তরিক $ECGF$ ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

সম্পাদ্য-১৬.২

এমন একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

চিত্র : ১৬.১৬

মনে করুন $ABCD$ একটি চতুর্ভুজ-ক্ষেত্র। এরূপ একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র $ABCD$ চতুর্ভুজক্ষেত্রের সমান।

অঙ্কন : D, B যোগ করুন। C বিন্দু দিয়ে $CE \parallel DB$ আঁকুন। মনে করুন, তা AB বাহুর বর্ধিতাংশকে E বিন্দুতে ছেদ করে। D, E যোগ করুন।

তাহলে, $\Delta\, DAE$-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ হবে।

প্রমাণ : BD ভূমির উপর ΔBDC ও ΔBDE অবস্থিত এবং $BD \parallel CE$ [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র $BDC = \Delta$ ক্ষেত্র BDE

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র $BDC+ \Delta$ ক্ষেত্র $ABD = \Delta$ ক্ষেত্র $BDE + \Delta$ক্ষেত্র $ABD = \Delta$ক্ষেত্র ADE

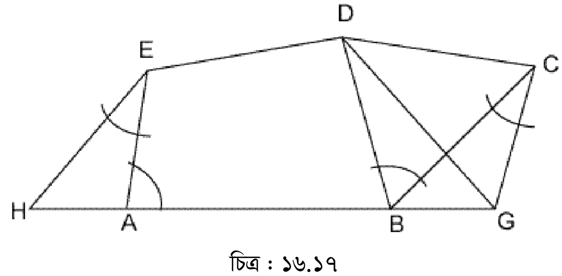
চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD = \Delta$ক্ষেত্র ADE

$\therefore$ ADE ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

নিজে করুন

এমন একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র পঞ্চভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্রের সমান।

ইঙ্গিত : প্রথমে $EDGA$ চতুর্ভুজক্ষেত্র আঁকুন, যেন $EDGA$ চতুভুজক্ষেত্র $= ABCDE$ পঞ্চভুজ ক্ষেত্র। তারপর ΔDHG আঁকি যেন, DHG ত্রিভুজক্ষেত্র $= EDGH$ চতুর্ভুজক্ষেত্র



চিত্র : ১৬.১৭

সম্পাদ্য-১৬.৩

কোন চতুর্ভুজের একটি শীর্ষবিন্দু দিয়ে সমরেখা টেনে চতুর্ভুজক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

চিত্র : ১৬.১৮

মনে করুন, $ABCD$ একটি চতুর্ভুজ এবং A শীর্ষবিন্দু। A বিন্দু দিয়ে সরলরেখা এমনভাবে টানুন যেন তা চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অঙ্কন : A,C যোগ করুন। D বিন্দু দিয়ে ACএর সমান্তরাল DE অঙ্কন করুন। মনে করুন, তা বর্ধিত BC কে E বিন্দুতে ছেদ করে। A, E যোগ করুন। তাহলে চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD =$ Δ-ক্ষেত্র ABE অঙ্কিত হল। BE কে F বিন্দুতে দ্বিখণ্ডিত করুন এবং A, F যোগ করুন।

তাহলে, AF চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$ কে সমদ্বিখণ্ডিত করবে।

প্রমাণ : এখানে, $BF=\frac{1}{2}BE$ [$\because$ F, BE এর মধ্যবিন্দু]

$\therefore$ Δ ক্ষেত্র $ABF = \frac{1}{2}$ ($\Delta-$ক্ষেত্র ABE) $= \frac{1}{2}$ [চতুর্ভুজক্ষেত্র $ABCD$]

$\therefore$ AF, $ABCD$ চতুর্ভুজক্ষেত্রকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

নিজে করুন :

এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন করুন যার ভূমি একটি নির্দিষ্ট রেখাংশের সমান ও একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্রের সমান।

সম্পাদ্য ১৬.৪

এমন একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে, যার একটি বাহু একটি নির্দিষ্ট রেখাংশের সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

চিত্র : ১৬.১৯

মনে করুন, ABC একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ এবং a একটি নির্দিষ্ট রেখাংশ। এরূপ একটি ত্রিভুজ আঁকতে হবে, যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র Δ-ক্ষেত্র ABC এর সমান এবং যার একটি বাহু a এর সমান।

অঙ্কন : ABC ত্রিভুজের BC বাহুকে বর্ধিত করুন এবং তা থেকে $BE = a$ নিন।

A, E যোগ করুন এবং C বিন্দু দিয়ে $CD||EA$ আঁকুন। মনে করুন CD, AB কে D বিন্দুতে ছেদ করে। D, E যোগ করুন। তাহলে ΔDBE-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ হবে।

প্রমাণ : ΔADC ও ΔDCE উভয়ে একই ভূমি DC এবং একই সমান্তরাল যুগল DC ও AE-এর মধ্যে অবস্থিত।

সুতরাং, Δ ক্ষেত্র $ACD = \Delta$ ক্ষেত্র CDE

এখন, Δ ক্ষেত্র $ABC = \Delta$ ক্ষেত্র $DBC + \Delta$ ক্ষেত্র ADC

$= \Delta$ ক্ষেত্র $DBC + \Delta$ ক্ষেত্র DCE

$= \Delta$ ক্ষেত্র DBE

অতএব, DBE-ই নির্ণেয় ত্রিভুজ।

সম্পাদ্য ১৬.৫

এমন একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ দেওয়া আছে এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান।

চিত্র : ১৬.২০

মনে করুন, $ABCD$ একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজক্ষেত্র এবং $<X$ একটি নির্দিষ্ট কোণ। এরূপ একটি সামান্তরিক আঁকতে হবে যার একটি কোণ প্রদত্ত $<X$ এর সমান এবং সীমাবদ্ধক্ষেত্র $ABCD$ ক্ষেত্রের সমান।

অঙ্কন : *B, D* যোগ করুন। *C* বিন্দু দিয়ে $CF||DB$ আঁকুন এবং মনে করুন, *CF, AB* বাহুর বর্ধিতাংশের *F* বিন্দুতে ছেদ করে। *AF* রেখাংশের মধ্যবিন্দু *G* নির্ণয় করুন। *AG* রেখাংশের *A* বিন্দুতে $<X$ এর সমান $<GAK$ আঁকুন এবং *G* বিন্দু দিয়ে $GH||AK$ আঁকুন। *D* বিন্দু দিয়ে $KDH||AG$ আঁকুন এবং মনে করুন, তা *AK* এবং *GH* কে যথাক্রমে *K* ও *H* বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে, *AGHK* হবে নির্ণেয় সামান্তরিক।

প্রমাণ : *D, F* যোগ করুন। *AGHK* একটি সামান্তরিক [অঙ্কনানুসারে]

যেখানে $<GAK = <X$, আবার, Δ ক্ষেত্র $DAF =$ চতুর্ভূজক্ষেত্র *ABCD* এবং সামান্তরিক ক্ষেত্র $AGHK = \Delta$ ক্ষেত্র *DAF*

অতএব, *AGHK* নির্ণেয় সামান্তরিক।

সম্পাদ্য : ১৬.৬

একটি ত্রিভুজের যে কোন বাহুস্থিত একটি বিন্দু দিয়ে সরললেখা টেনে ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

চিত্র : ১৬.২১

মনে করুন, ΔABC এর *AB* বাহুস্থিত *P* একটি বিন্দু। *P* বিন্দু দিয়ে একটি সরলরেখা টেনে *ABC* ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

অঙ্কন : *AB* বাহুকে *Z* বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করুন। *P, C* যোগ করুন এবং *Z* বিন্দু দিয়ে *PC* সরলরেখায় সমান্তরাল *ZQ* সরলরেখা আঁকুন। মনে করুন, *ZQ, BC* বাহুকে *Q* বিন্দুতে ছেদ করে। *P, Q* যোগ করুন। তাহলে *PQ* সরলরেখা Δ ক্ষেত্র *ABC*-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রমাণ : *Z,C* যোগ করুন। যেহেতু, Δ ক্ষেত্র $ZQP = \Delta$-ক্ষেত্র *ZQC*

[একই ভূমি *ZQ* এর একই সমান্তরাল সরলরেখাদ্বয় *ZQ* ও *PC* এর মধ্যে অবস্থিত]

সুতরাং, Δ ক্ষেত্র $ZBQ + \Delta$ ক্ষেত্র $ZQP = \Delta$ ক্ষেত্র $ZBQ + \Delta$ ক্ষেত্র *ZQC*

$\therefore$ ক্ষেত্র $PBQ = \Delta$ ক্ষেত্র $ZBC = \frac{1}{2}\ \Delta$ ক্ষেত্র *ABC*

নিজে করুন : ৪ সে.মি. একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য। এরূপ একটি আয়ত আঁকুন যার একটি বাহু 6 সে.মি. এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র ঐ ত্রিভুজ-ক্ষেত্রের সমান।

নিজে করুন : একটি ত্রিভুজের যে কোন বাহুস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে দুইটি সরলরেখা টেনে ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করতে হবে।

চূড়ান্ত অনুশীলন

1. এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন করুন, যার একটি বাহু একটি প্রদত্ত রেখাংশের সমান এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র একটি প্রদত্ত সামান্তরিকক্ষেত্রের সমান হয়।
2. একটি ত্রিভুজের যে কোন বাহুস্থিত একটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে দুটি সরলরেখা অঙ্কন করুন যা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
3. 6 সে.মি. দীর্ঘ রেখাংশের উপর একটি বর্গ আঁকুন এবং একই ভুমির উপর এমন একটি সামন্তরিক অঙ্কন করুন যার একটি কোণের পরিমাণ $60°$ এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের সমান।
4. কোন চতুর্ভূজের একটি মৌলিক বিন্দু দিয়ে সরল রেখার মাধ্যমে চতুর্ভুজ ক্ষেত্রটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করুন।
5. $ABCD$ চতুর্ভুজ অঙ্কন করুন যেখানে AB=6.8 সে.মি., BC=7.2 সে.মি., CD=8.3 সে.মি., DA=9.6 সে.মি., BD=9.0 সে.মি.। অতঃপর এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করুন যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্রটি চতুর্ভুজক্ষেত্রটি সমান এবং এর সাহায্যে চতুর্ভুজক্ষেত্রটির আসন্ন ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
6. কোন নির্দিষ্ট উচ্চতাবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করুন যেন ত্রিভুজক্ষেত্রটি অপর একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজক্ষেত্রের সমান হয়।
7. $ABCD$ একটি চতুর্ভুজ। X, DC বাহুস্থিত একটি বিন্দু। X-কে শীর্ষবিন্দু ও AB বরাবর ভূমি নিয়ে এমন একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করুন যেন ত্রিভুজক্ষেত্রটি চতুর্ভুজক্ষেত্রটির সমান হয়।
8. কোন নির্দিষ্ট ত্রিভুজের ভূমির উপর এরূপ আর একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করুন যার শীর্ষবিন্দু একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর অবস্থিত এবং যা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র নির্দিষ্ট ত্রিভুজ দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্রের সমান।
9. এমন একটি সামান্তরিক অঙ্কন করুন যার একটি বাহু একটি নির্দিষ্ট রেখাংশের সমান এবং যাহা দ্বারা সীমাবদ্ধক্ষেত্র একটি নির্দিষ্ট সামান্তরিকক্ষেত্রের সমান।