

পরিমিতি

এস এস সি প্রোগ্রাম



পরিমিতি

ভূমিকা

বিন্দু রেখা ও তল সম্পর্কে জ্যামিতি অংশে আলোচিত হয়েছে। সেখানে আমরা লক্ষ করেছি বিন্দুর মাত্রা আছে, অবস্থান নেই তদ্রূপ রেখার বিস্তৃতি উভয় দিকে সীমাহীন এবং তলের বিস্তৃতিও সীমাহীন। যে সব বস্তুর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা আছে অর্থাৎ বিভিন্ন প্রকার মাত্রা আছে ও পরিমাপযোগ্য, সেই সব রাশির পরিমাপ পরিমিতিতে অন্তর্গত। এ ইউনিটে আমরা পরিমিতি সম্পর্কে আলোচনা করবো।

উদ্দেশ্য

এ ইউনিট শেষে আপনি-

- 1 একক ও পরিমাপ সম্পর্কে লিখতে পারবেন;
- 1 কয়েকটি সরল রৈখিকক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করতে পারবেন;
- 1 আয়তিক ঘন ও ঘনত্ব সম্পর্কিত পরিমাপ করতে পারবেন;
- 1 কোণক, বেলন ও গোলক সংক্রান্ত পরিমাপ করতে পারবেন।

পাঠ ১ একক ও পরিমাপ



উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- 1 একক সম্পর্কে লিখতে ও ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- 1 পরিমাপ এর সংজ্ঞা ও ব্যাখ্যা লিখতে পারবেন;
- 1 পরিমাপ সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।



গাণিতিক বিষয়ে “রেখার দৈর্ঘ্য” তলের ক্ষেত্রফল, ঘনবস্তুর আয়তন ইত্যাদি পরিমাপ করা হয়। এ রকম যে কোন রাশির পরিমাপের জন্য একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাণের একটি রাশিকে একক হিসাবে ধরে নেওয়া হয়। পরিমাপকৃত রাশি ও এরূপে নির্ধারিত এককের অনুপাতই রাশিটির পরিমাপ নির্ধারণ করে। এ পাঠে আমরা পরিমাপ ও একক সম্পর্কে আলোচনা করবো।

একক

যে কোন রাশির পরিমাপনে একই জাতীয় নির্দিষ্ট পরিমাণের একটি রাশিকে একক হিসাবে ধরা হয়। সি.জি.এস পদ্ধতিতে মাপের একক সেন্টিমিটার।

পরিমাপ

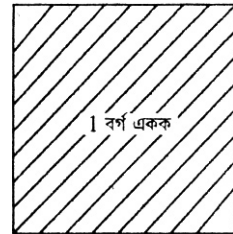
পরিমাপকৃত রাশি ও এরূপ নির্ধারিত এককের অনুপাত রাশিটির পরিমাপ :

$$\text{পরিমাপ} = \frac{\text{পরিমাপকৃত রাশি}}{\text{একক রাশি}}$$

নির্ধারিত একক সাপেক্ষে প্রত্যেক পরিমাপ একটি সংখ্যা যা পরিমাপকৃত রাশিটির একক রাশির কতগুণ তা নির্দেশ করে। ধরুন তিন মিটার দীর্ঘ একটি গাছ, তখন বুঝতে হবে যে মিটার একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য যাকে একক হিসাবে ধরা হয়েছে এবং যার তুলনায় গাছটি তিন গুণ লম্বা।

ক্ষেত্র পরিমাপ

রৈখিক এককের উপর নির্ভর করে ক্ষেত্রের পরিমাপনের একক নির্ধারণ করা হয়। যে বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 1 একক তার ক্ষেত্রফল 1 বর্গ একক এবং 1 বর্গ একক ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের একক হিসাবে ধরা হয়।



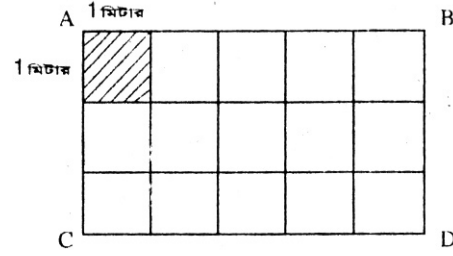
চিত্র : ২২.১

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পরিমাপ

মনে করুন $ABCD$ একটি আয়তক্ষেত্র যার দৈর্ঘ্য $AB = 5$ মিটার এবং প্রস্থ $AD = 3$ মিটার। চিত্র অনুযায়ী 5টি ও 3টি সমান অংশে বিভক্ত করুন যেন প্রতি অংশের দৈর্ঘ্য 1 মিটার হয়। তাহলে $5 \times 3 = 15$ টি সমান বর্গক্ষেত্রে বিভক্ত হবে। সুতরাং আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে 15 বর্গ একক। আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা,

$S = 2(a+b)$ একক [যেখানে দৈর্ঘ্য = a , প্রস্থ = b এবং আয়তক্ষেত্রের কর্ণ, $d = \sqrt{a^2+b^2}$

[$\therefore a =$ দৈর্ঘ্য, $b =$ প্রস্থ]



[চিত্র : আয়তক্ষেত্র]

চিত্র : ২২.২

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পরিমাপ

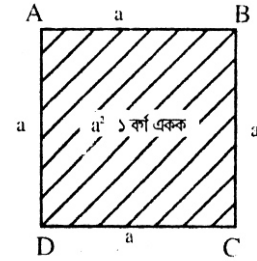
মনে করুন $ABCD$ বর্গক্ষেত্রটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক।

অতএব, বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = $a \times a$ বর্গ একক

= a^2 বর্গ একক

বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা, $S = 4a$ একক

এবং বর্গক্ষেত্রটির কর্ণ, $d = \sqrt{a^2+a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$ একক।



[চিত্র : বর্গ একক]

চিত্র : ২২.৩

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল পরিমাপ

মনে করুন $ABCD$ সামান্তরিকের ভূমি $AB = a$ একক এবং উচ্চতা $DE = h$ একক

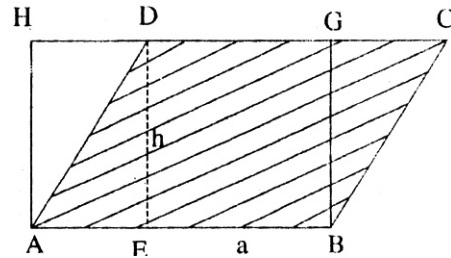
\therefore সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = আয়তক্ষেত্র $ABGH$ এর ক্ষেত্রফল

= $AB \times BG$ বর্গ একক

= $AB \times DE$ বর্গ একক [$\therefore BG = DE$]

= ah বর্গ একক

অর্থাৎ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ক্ষেত্রটির ভূমি \times ক্ষেত্রটির উচ্চতা



চিত্র : সামান্তরিক

চিত্র : ২২.৪

আবার যদি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু ও অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া থাকে অর্থাৎ $AB = a$ এবং $\angle DAB = \theta^0$ হয়

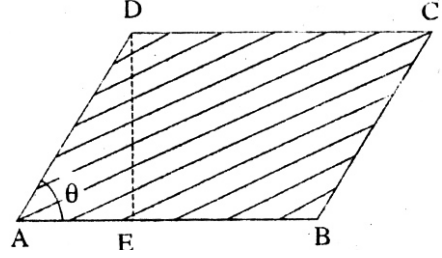
এস এস সি প্রোগ্রাম

তাহলে, সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

$$= AB \times DE \text{ বর্গ একক}$$

$$= AB \times AD \sin \angle DAB \text{ বর্গ একক} [\because DE = AD \sin \angle DAB]$$

$$= ab \sin \theta [\because \angle DAB = \theta]$$



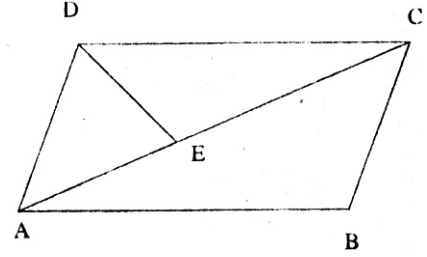
চিত্র : সামান্তরিক
চিত্র : ২২.৫

সামান্তরিকের কর্ণের দৈর্ঘ্য এবং বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে কর্ণের উপর লম্ব দূরত্ব দেওয়া হলে অর্থাৎ $AC = d$ একক এবং $DE = h$ একক হলে,

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল

$$= 2 \times \frac{1}{2} AC \times DE \text{ বর্গ একক}$$

$$= dh \text{ বর্গ একক।}$$



চিত্র : ২২.৬

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল পরিমাপ

ত্রিভুজের ভূমি ও উচ্চতা দেওয়া থাকলে অর্থাৎ $\triangle ABC$ এর ভূমি $BC = a$ একক ও উচ্চতা $AD = h$ একক হলে

\triangle ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} BCEF \text{ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল}$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times EC \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AD \text{ বর্গ একক} [\because AD = EC]$$

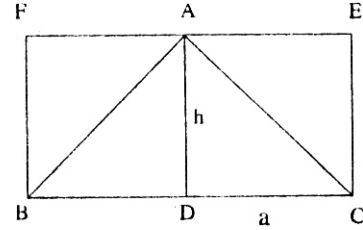
$$= \frac{1}{2} ah \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{অর্থাৎ } \triangle ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

আবার, যদি ত্রিভুজটি সমকোণী হয় তবে,

$$\text{ভূমি} = a, \text{ উচ্চতা} = h \text{ এবং}$$

$$\text{ভূমিসংলগ্ন কোণ } \theta$$



চিত্র : ২২.৭

∴ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \text{ ভূমি} \times \text{উচ্চতা বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} BC \times AD$$

$$= \frac{1}{2} ah \sin\theta \text{ বর্গ একক [} AD = h \sin\theta \text{]}$$

অনুরূপভাবে, $\triangle ABC$ এর ক্ষেত্রফল-

$$\frac{1}{2} hb \sin\theta = \frac{1}{2} hc \sin\theta$$

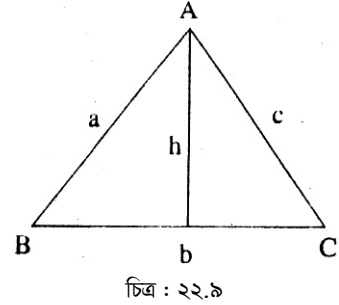
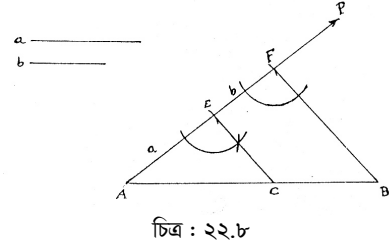
যদি তিন বাহু দেওয়া থাকে অর্থাৎ যদি,

$$AB = a, BC = b, CA = c \text{ হয়।}$$

তখন ত্রিভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ বর্গ একক

$$\left[\because s = \frac{a+b+c}{2} \right]$$

সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক।



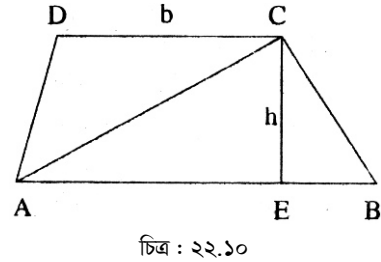
ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল পরিমাপ

ট্রাপিজিয়ামের দুটি বাহু এবং তাদের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্ব দেওয়া থাকলে অর্থাৎ ABCD ট্রাপিজিয়ামের $AB = a$ একক, $DC = b$ একক ও $CE = h$ দেওয়া থাকলে,

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল,

$$= \frac{1}{2} \times CE \times (AB + DC) \text{ বর্গ একক}$$

$$= \frac{1}{2} h (a + b) \text{ বর্গ একক।}$$

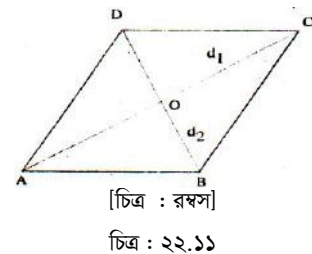


রম্বস ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পরিমাপ

রম্বস ক্ষেত্রের কর্ণ দুইটি দেওয়া থাকলে অর্থাৎ ABCD রম্বসের কর্ণ $AC = d_1$, একক এবং কর্ণ $BD = d_2$ একক হলে,

ABCD রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} AC \times BD$ বর্গ একক

$$= \frac{1}{2} d_1 \times d_2 \text{ বর্গ একক।}$$



এস এস সি প্রোগ্রাম

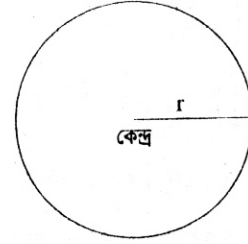
বৃত্ত ও বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য পরিমাপ

বৃত্তের দৈর্ঘ্যকে তার পরিধি বলা হয়। কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধ r হলে তার পরিধি

$$c = 2\pi r \text{ যেখানে } \pi \text{ একটি অমূলদ ধ্রুবক}$$

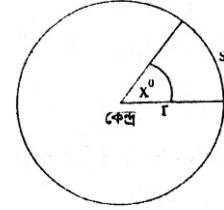
আর আসন্ন মান 3.14159

$$\pi \text{ এর সচরাচর ব্যবহৃত আসন্ন মান } \frac{22}{7}$$



চিত্র : ২২.১২

r ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের যে চাপের ডিগ্রি পরিমাপ x তার দৈর্ঘ্য, $S = \frac{\pi r x}{180}$



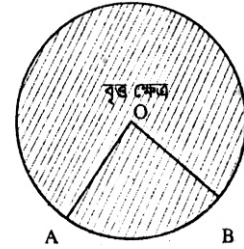
চিত্র : ২২.১৩

বৃত্তক্ষেত্র ও বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল পরিমাপ

বৃত্তক্ষেত্র

কোন বৃত্ত ও তার অভ্যন্তরের সংযোগে গঠিত সমতলের উপসেটটিকে একটি বৃত্তক্ষেত্র বলা হয় এবং বৃত্তটিকে এরূপ বৃত্তক্ষেত্রের সীমারেখা বলা হয়।

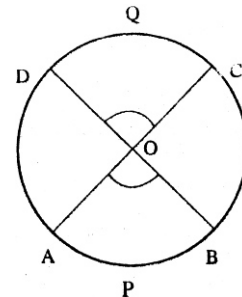
চিত্রে AOB সমতলের উপসেট। তাই এ উপসেটটিকে একটি বৃত্তকলা বলা হয় এবং বৃত্তকলাটি AB চাপের উপর দণ্ডায়মান।



চিত্র : ২২.১৪

এখন, আমরা বলতে পারি, যে বৃত্তের ব্যাসার্ধ r একক, তা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক এবং একই বৃত্তের দুইটি বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল এবং তারা যে চাপের উপর দণ্ডায়মান তাদের ডিগ্রির পরিমাপ সমানুপাতিক।

$$\text{অর্থাৎ } \frac{AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{COD \text{ এর ক্ষেত্রফল}} = \frac{APB \text{ চাপের ডিগ্রির পরিমাপ}}{CQD \text{ চাপের ডিগ্রির পরিমাপ}}$$



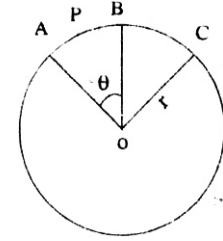
[চিত্র : বৃত্ত]

চিত্র : ২২.১৫

বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল

মনে করুন, 'O' একটি বৃত্তের কেন্দ্র ও r তার ব্যাসার্ধ।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল}}{\text{বৃত্তকলা } AOC \text{ এর ক্ষেত্রফল}} &= \frac{AOB \text{ চাপের ডিগ্রির পরিমাপ}}{AOC \text{ চাপের ডিগ্রির পরিমাপ}} \\ \therefore \text{বৃত্তকলা } AOB \text{ এর ক্ষেত্রফল} &= \frac{\theta}{90^\circ} \times \text{বৃত্তকলা } AOC \text{-এর ক্ষেত্রফল} \\ &= \frac{\theta}{90^\circ} \times \frac{1}{4} \times \pi r^2 \text{ বর্গএকক} \\ &= \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 \text{ বর্গ একক।} \end{aligned}$$



চিত্র : ২২.১৬

আয়তিক ঘন এর পরিমাপ

আয়তিক ঘন বলতে তিন জোড়া সমান্তরাল আয়তাকার সমতল বা পৃষ্ঠ দ্বারা আবদ্ধ ঘনবস্তুকে বুঝায়।

[চিত্র দেখুন]।

মনে করুন, দৈর্ঘ্য $AB = a$, প্রস্থ $AD = b$

এবং উচ্চতা $AH = c$, একক হয় তবে

$$\begin{aligned} \text{আয়তিক ঘনের কর্ণ, } AF &= \sqrt{AC^2 + CF^2} = \\ &= \sqrt{AB^2 + BC^2 + CF^2} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ বর্গ একক [} \because AB = a, BC = b, CF = AH = c \text{]} \end{aligned}$$

আয়তিক ঘনটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল,

$$= 2[ABCD \text{ তলের ক্ষেত্রফল} + ABGH \text{ তলের ক্ষেত্রফল} + BCFG \text{ তলের ক্ষেত্রফল}]$$

$$= 2 [AB \times AD + AB \times AH + BC \times BG] \text{ বর্গ একক}$$

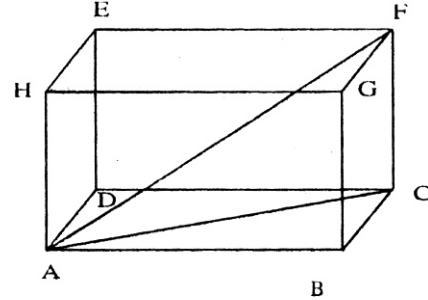
$$= 2 [ab + ac + ca] \text{ বর্গ একক}$$

$$\therefore \text{আয়তিক ঘনটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল} = 2[ab + bc + ca] \text{ বর্গ একক}$$

আয়তিক ঘনটির আয়তন = আয়তিক ঘন এর [দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ \times উচ্চতা]

$$= AB \times AD \times AH \text{ ঘন একক}$$

$$= abc \text{ ঘন একক।}$$



চিত্র : ২২.১৭

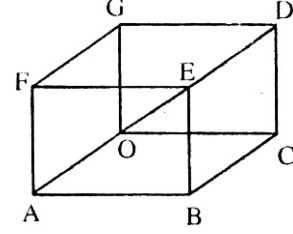
এস এস সি প্রোগ্রাম

ঘনকের ক্ষেত্র পরিমাপ

আয়তক ঘন এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা সমান হলে তাকে ঘনক বলে [চিত্র দেখুন]।

এখানে, $AB=OA=BE=a$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ঘনকটির কর্ণ} &= \sqrt{OB^2+BE^2} \\ &= \sqrt{OA^2+AB^2+BE^2} \\ &= \sqrt{a^2+a^2+a^2} \\ &= \sqrt{3a^2} \\ &= a\sqrt{3} \text{ একক}\end{aligned}$$



চিত্র : ২২.১৮

ঘনকটির সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল

$$\begin{aligned}&= 2[OA^2+OB^2+BE^2] \\ &= 2[a^2+a^2+a^2] \\ &= 6a^2 \text{ বর্গ একক।}\end{aligned}$$

ঘনকটির আয়তন = $a \times a \times a = a^3$ ঘন একক।

কোণক এর পরিমাপ

কোন সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন যে কোন একটি বাহুকে স্থির রেখে ঐ বাহুর চতুর্দিকে ত্রিভুজটিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাকে সমবৃত্তভূমিক কোণক বলে। সাধারণত সমবৃত্তভূমিক কোণকেই কোণক বলা হয় [চিত্রে দেখুন]।

এখানে, AB হল কোণকের অক্ষ = উচ্চতা = h

BC = ভূমির ব্যাসার্ধ = r

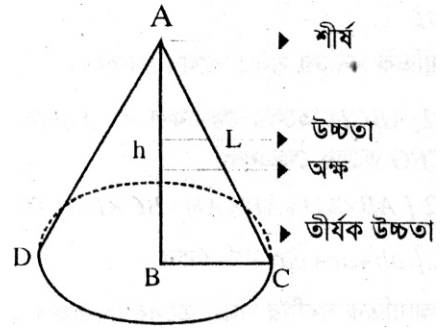
এবং তির্যক উচ্চতা বা হেলানো উন্নতি $AC = L$

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্র আমরা পাই=

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$L^2 = h^2 + r^2$$

$$\therefore L = \sqrt{h^2 + r^2}$$



চিত্র : ২২.১৯

কোণকের বক্রতলের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times$ (ভূমির পরিধি) \times (হেলানো উন্নতি)

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r \times L$$

$$= \pi r L$$

$$= \pi r \sqrt{h^2 + r^2} \text{ বর্গ একক।}$$

কোণকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = বক্রতলের ক্ষেত্রফল + ভূমির ক্ষেত্রফল

$$= \pi r L + \pi r^2$$

পরিমিতি

পৃষ্ঠা-৪০৬

$$= \pi r [L+r] \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{কোণকের আয়তন} = \frac{1}{3} \times (\text{ভূমির ক্ষেত্রফল}) \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ ঘন একক।}$$

বেলন এর ক্ষেত্রফল পরিমাপ

কোন আয়তক্ষেত্রের যে কোন বাহুকে অক্ষ ধরে আয়তক্ষেত্রটিকে ঘোরালে ঐ বাহুর চতুর্দিকে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয় তাকে সমবৃত্তভূমিক বেলন বা বেলন বলা হয়। চিত্রে দেখুন,

এখানে, $ABOC$ একটি বেলন

$$OB = \text{ভূমির ব্যাসার্ধ} = r$$

$$OC = \text{উচ্চতা} = h$$

বেলন এর বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = ভূমির পরিধি \times উচ্চতা

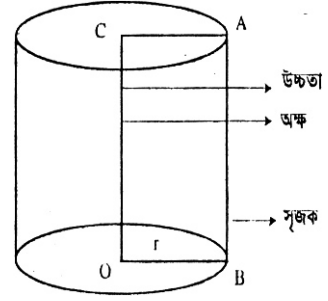
$$= 2\pi r h \text{ বর্গ একক}$$

বেলন এর সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল + দুই প্রান্তের ক্ষেত্রফল,

$$= 2\pi r h + 2\pi r^2$$

$$= 2\pi r [h+r] \text{ বর্গ একক}$$

বেলনের আয়তন = ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা = $\pi r^2 h$ ঘন একক।



চিত্র : ২২.২০

গোলকের ক্ষেত্রফল পরিমাপ

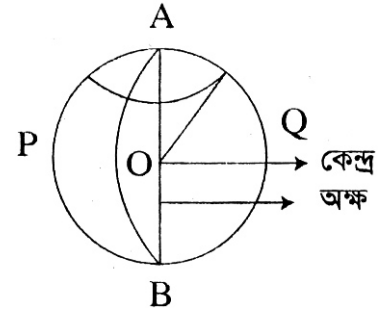
কোন অর্ধবৃত্তের ব্যাসকে অক্ষ ধরে ঘোরালে ঐ ব্যাসের চারদিকে যে ঘন বস্তুর সৃষ্টি হয় তাকে গোলক বলে [চিত্রে দেখুন]।

এখানে, $APBQ$ একটি গোলক।

O গোলকটির কেন্দ্র এবং r ব্যাসার্ধ

গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $\pi \times (\text{ব্যাস})^2 = 4\pi r^2$ বর্গ একক

গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi r^3$ ঘন একক



চিত্র : ২২.২১

পাঠ ২ সরলরৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয়



উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- 1 সরলরৈখিক ক্ষেত্র পরিমাপ সমূহ ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- 1 সরলরৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পরিমাপের বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।



রৈখিক ক্ষেত্রের পরিমাপ রৈখিক এককের উপর নির্ভরশীল পরিমাপ। এখানে, ত্রিভুজ, আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র ইত্যাদি সরলরৈখিক ক্ষেত্রকে বুঝান হয়েছে। এ পাঠে সরলরৈখিক ক্ষেত্রের পরিমাপ সম্পর্কে

আলোচনা করা হবে।

পাঠ-১ এ আপনারা বিভিন্ন সরলরৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্র পরিমাপ সম্পর্কে জানতে পেরেছেন। বর্তমান পাঠে সরলরৈখিক ক্ষেত্রের পরিমাপ সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা কিভাবে সমাধান করা হয় সেই সম্পর্কে আলোচিত হবে।

সরলরৈখিক ক্ষেত্রে : যে সমতল ক্ষেত্র শুধুমাত্র সরল রেখাংশের দ্বারা সীমাবদ্ধ তাকে সরলরৈখিক ক্ষেত্র বলা হয়। আয়তক্ষেত্র, বর্গক্ষেত্র, ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, সামান্তরিক ইত্যাদি সরলরৈখিক ক্ষেত্রের অন্তর্ভুক্ত।

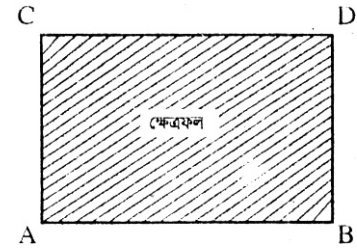
আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল : যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহু দুটি সমান ও সমান্তরাল তাকে আয়তক্ষেত্র বলে। আয়তক্ষেত্রে ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ বর্গ একক।

চিত্র দেখুন, $ABDC$ একটি আয়তক্ষেত্র যার দৈর্ঘ্য = AB ও প্রস্থ = AC অর্থাৎ

$ABDC$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $AB \times AC$ বর্গ একক

$ABDC$ আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = $2 [AB+AC]$ একক

$ABDC$ আয়তক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{AB^2+AC^2}$ একক



চিত্র : ২২.২২

উদাহরণ 1 : একটি মাঠের দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 30 মিটার হলে, মাঠের পরিসীমা কত নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি,

আয়তকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = $2 [দৈর্ঘ্য + প্রস্থ]$ একক

$$= 2 [50+30] \text{ মিটার}$$

$$= 2 \times 80 \text{ মিটার}$$

$$= 160 \text{ মিটার}$$

\therefore নির্ণয় পরিসীমা = 160 মিটার।

পরিমিতি

উদাহরণ ২ : একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ। আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 512 মিটার। আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা ও কর্ণ নির্ণয় করুন।

সমাধান : দেওয়া আছে, দৈর্ঘ্য, প্রস্থের দ্বিগুণ

যদি প্রস্থ x হয় তবে দৈর্ঘ্য $2x$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রফল} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ বর্গ একক}$$

$$\text{বা } 512 = x \times 2x \text{ বর্গ একক}$$

$$\text{বা, } 2x^2 = 512$$

$$\text{বা, } x^2 = 256$$

$$\therefore x = 16 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{প্রস্থ} = 16 \text{ মিটার এবং দৈর্ঘ্য} = 2 \times 16 = 32 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রটির পরিসীমা} = 2 [\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}]$$

$$= 2 (32 + 16)$$

$$= 2 \times 48$$

$$= 96 \text{ মিটার।}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং আয়তক্ষেত্রটির কর্ণ} &= \sqrt{\text{দৈর্ঘ্য}^2 + \text{প্রস্থ}^2} \\ &= \sqrt{32^2 + 16^2} \\ &= \sqrt{1024 + 256} \\ &= \sqrt{1280} \text{ মিটার} \\ &= 35.78 \text{ মিটার (প্রায়)} \end{aligned}$$

উদাহরণ ৩ : একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 160 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 6 মিটার কম হয়, তবে ক্ষেত্রটি বর্গাকার হয়। আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করুন, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $= x$ মিটার

এবং আয়তাকার ক্ষেত্রের প্রস্থ $= y$ মিটার

$$\therefore \text{আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = xy \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{বা, } 160 = xy \dots\dots\dots (i)$$

$$\text{আবার, শর্তানুসারে, } x-6 = y$$

$$\text{বা, } x = y+6 \dots\dots\dots (ii)$$

(ii) নং সমীকরণের x এর মান (i) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$(y+6)y = 160$$

$$\text{বা, } y^2+6y-160 = 0$$

$$\text{বা, } (y+16)(y-10) = 0$$

এস এস সি প্রোগ্রাম

$$\therefore y = 10, -16$$

$y = 10$, (ii) সমীকরণে বসিয়ে পাই [\therefore অন্য মানটি বিয়োগবোধক তাই বাদ দিয়ে]

$$x = 10 + 6 = 16 \text{ মিটার}$$

\therefore আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = 16 মিটার

এবং প্রস্থ = 10 মিটার

উদাহরণ 4 : একটি বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমার সমান। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থের তিন গুণ এবং ক্ষেত্রফল 768 বর্গমিটার। প্রতিটি 40 সে. মি. বর্গাকার পাথর দিয়ে বর্গক্ষেত্রটি বাঁধাতে মোট কতটি পাথর লাগানো যাবে।

সমাধান : মনে করুন,

আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = x মিটার

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য} = 3x \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল} = x \times 3x$$

$$\therefore 768 = 3x^2$$

$$\text{বা, } x^2 = 256$$

$$\text{বা, } x = 16 \text{ মিটার}$$

$$\text{এখন, আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য} = 3x = 3 \times 16 = 48 \text{ মিটার}$$

আবার, বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা

এখন, আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা = 2 [দৈর্ঘ্য + প্রস্থ] একক

$$= 2 (16 + 48) \text{ মিটার}$$

$$= 2 \times 64 \text{ মিটার}$$

$$= 128 \text{ মিটার}$$

অতএব, শর্তমতে বর্গক্ষেত্রটির পরিসীমা = 128 মিটার।

এখন, বর্গক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = $\frac{128}{4} = 32$ বর্গমিটার

\therefore বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = 32^2 বর্গ মিটার = 1024 বর্গ মিটার

দেওয়া আছে প্রতিটি পাথরের ক্ষেত্রফল = 40^2 বর্গ সে.মি.

$$= 1600 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 0.16 \text{ বর্গমিটার}$$

\therefore মোট বর্গক্ষেত্রটি বাধাই করতে পাথর লাগবে,

$$= 1024 \div 0.16 = 6400 \text{ টি}$$

\therefore নির্ণেয় পাথর সংখ্যা 6400টি।

নিজে করুন : 1. 21 মিটার দৈর্ঘ্য ও 15 মিটার প্রস্থ একটি বাগানের চারদিকে 2 মিটার চওড়া একটা পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার 25 টাকা হিসাবে পথটিতে ঘাস লাগাতে কত খরচ হবে?

2. একটি বর্গাকার বাগানের বাইরে চারদিকে 5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল 500 বর্গমিটার হলে, বাগানের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সামান্তরিক, রম্বস ও ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল পরিমাপ

আমরা পূর্বের পাঠে জেনেছি-

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ক্ষেত্রটির ভূমি \times ক্ষেত্রটির উচ্চতা বর্গ একক

এবং সামান্তরিকে ক্ষেত্রফল = সন্নিহিত দুই বাহুর গুণফল $\times \sin\theta$ বর্গ একক

ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ \times উচ্চতা \times সমান্তরাল বাহু দুইটির যোগফল বর্গ একক

রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ \times (কর্ণ দুইটির গুণফল) বর্গ একক

উদাহরণ 5 : একটি রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 40 সে.মি. ও 60 সে.মি.। রম্বসের ক্ষেত্রফল ও পরিসীমা নির্ণয় করুন।

সমাধান : দেওয়া আছে, রম্বসের কর্ণদ্বয় যথাক্রমে 60 সে.মি. ও 40 সে.মি.

\therefore রম্বসের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (60 \times 40) বর্গমিটার

= 1200 বর্গ সে.মি.

\therefore রম্বসের ক্ষেত্রফল = 1200 বর্গ সে.মি.

রম্বসের পরিসীমা = 4 \times রম্বসের বাহু [\because রম্বসের বাহু = $\sqrt{\left[\frac{1}{2}\text{Tet}\right]^2 + \left[\frac{1}{2}\text{Tet}\right]^2}$]

= 4 \times $\sqrt{1300}$ সে.মি.

= $\sqrt{30^2 + 20^2}$

= 4 \times 36.05 সে.মি.

= $\sqrt{900+400}$

= 144.2 সে.মি.

= $\sqrt{1300}$ সে.মি.

উদাহরণ 6 : একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির অন্তর 8 সে.মি. এবং তাদের লম্ব দূরত্ব 24 সে.মি.। যদি ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল লম্ব দূরত্বের 13 গুণ হয়, তবে সমান্তরাল বাহুর দুটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করুন, ট্রাপিজিয়ামের বাহু দুইটি A ও B এবং তাদের মধ্যে লম্ব দূরত্ব H

প্রশ্নমতে, ক্ষেত্রফল = 13 \times 24 বর্গ সে.মি.

= 312 বর্গ সে.মি.

অতএব, $312 = \frac{1}{2} [A+B] \times H$

বা, $312 = \frac{1}{2} [A+B] \times 24$

বা, $A+B = \frac{312}{12} = 26 \dots\dots\dots (i)$

এস এস সি প্রোগ্রাম

আবার, প্রশ্নানুসারে, $A-B = 8$ (ii)

(i) ও (ii) হতে পাই,

$$2A = 34 \text{ বা, } A = 17 \text{ সে.মি.}$$

$$\text{আবার, } 2B = 18 \text{ বা, } B = 9 \text{ সে.মি.}$$

\therefore বাহু দুটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 17 সে.মি. ও 9 সে.মি.

নিজে করুন : 1. একটি সামান্তরিকের বাহুর দৈর্ঘ্য 12 মিটার ও 8 মিটার। সামান্তরিকের একটি কর্ণ 10 মিটার হলে অপর কর্ণটি নির্ণয় করুন।

2. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির একটি অন্যটি অপেক্ষা 1 মিটার বড় এবং একের মধ্যে লম্ব দূরত্ব 2 মিটার। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 27 বর্গমিটার হলে, বাহু দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

তিন বাহু দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ত্রিভুজ বলে। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ ভূমি \times উচ্চতা বর্গ একক

সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ (ভূমি \times সমকোণ সংলগ্ন বাহু)

$$= \frac{1}{2} \text{ ভূমি} \times \text{কোণ সংলগ্ন বাহু} \times \sin\theta$$

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ একক

সমবাহু Δ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{4}$ \times বাহুর দৈর্ঘ্য বর্গ একক

সমদ্বিবাহু Δ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2}$ বর্গ একক

উদাহরণ 7 : 20 মিটার লম্বা একটি মই দেয়ালের সাথে খাড়াভাবে আছে। মইটির গোড়া দেয়াল থেকে কত দূর সরালে উপরের প্রান্ত 4 মিটার নিচে নামবে?

সমাধান : মনে করুন, AC মইয়ের গোড়া C থেকে D বিন্দুতে সরালে উপরের প্রান্ত A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে 4 মিটার নামবে [চিত্রে দেখুন]।

মইয়ের দৈর্ঘ্য $AC = BD = 20$ মিটার এবং $AB = 4$ মিটার

$$\therefore BC = 16 \text{ মিটার}$$

এখন, $BC^2 + CD^2 = BD^2$ [$\because \angle C = 90^\circ$]

$$\text{বা, } CD^2 = BD^2 - BC^2$$

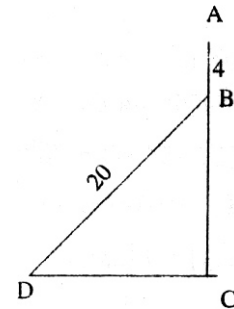
$$= (20)^2 - (16)^2$$

$$= 400 - 256$$

$$= 144$$

$$\therefore CD = 12 \text{ মিটার}$$

\therefore নির্ণয় দূরত্ব 12 মিটার।



চিত্র : ২২.২৩

উদাহরণ ৪ : একটি সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ২ মিটার বাড়ালে এর ক্ষেত্রফল $3\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করুন, সমবাহু ত্রিভুজটির প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য = A

\therefore সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $= \frac{\sqrt{3}}{4} A^2$ বর্গ একক

প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য ২ মিটার বাড়ালে

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} (A+2)^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} [A^2+4A+4]$

শর্তানুসারে, $\frac{\sqrt{3}}{4} [A^2+4A+4] = \frac{\sqrt{3}}{4} A^2 + 3\sqrt{3}$

বা, $\sqrt{3} [A^2+4A+4] = \sqrt{3} A^2 + 12\sqrt{3}$

বা, $A^2+4A+4 = A^2 + 12$

বা, $4A+4 = 12$

বা, $4A = 8 \quad A = 2$

\therefore সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য = ২ মিটার।

নিজে করুন :

- একটি সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা ১৬ মিটার। এর সমান বাহুর দৈর্ঘ্য ভূমির $\frac{5}{6}$ হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
- একটি নির্দিষ্ট স্থান থেকে দুটি রাস্তা 120° কোণে চলে গেছে। দুজন লোক ঐ নির্দিষ্ট স্থান থেকে যথাক্রমে ১০ কি.মি. ও ৪ কি. মি. বেগে বিপরীত দিকে রওনা হল। ৫ ঘণ্টা পরে তাদের মধ্যে সরাসরি দূরত্ব কত নির্ণয় করুন।

পাঠ ৩ আয়তিক ঘন ও ঘনক সম্পর্কিত পরিমাপ



উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি-

- 1 আয়তিক ঘন সম্পর্কে লিখতে পারবেন;
- 1 ঘনক সম্পর্কে ব্যাখ্যা করতে পারবেন;
- 1 আয়তিক ঘন ও ঘনকের বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবেন।

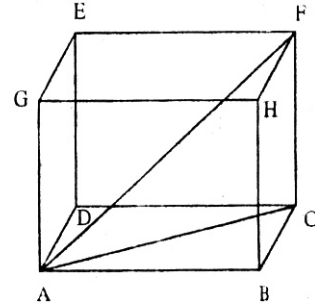


বস্তু মাত্রই কিছুটা স্থান জুড়ে থাকে এবং প্রত্যেক বস্তুরই তিনদিকে বিস্তার থাকে। এরূপ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও বেধ মাত্রায়ুক্ত বস্তুকে আয়তিক ঘন ও ঘনক বলা হয়। এ পাঠে আয়তিক ঘন ও ঘনক পরিমাপ সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

আয়তকার ঘন এর পরিমাপ

তিনজোড়া সমান্তরাল আয়তকার পৃষ্ঠ দ্বারা সীমাবদ্ধ ঘনবস্তুকে ঘন বলে [চিত্রে দেখুন]।

- i. আয়তিক ঘনের কর্ণ = $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ একক
- ii. আয়তিক ঘনের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল
= $2[ab+bc+ca]$ বর্গ একক
- iii. আয়তিক ঘনের আয়তন = abc একক
যেখানে a , b ও c যথাক্রমে আয়তিক ঘনের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা।



চিত্র : ২২.২৪

উদাহরণ 1 : একটি আয়তকার ঘনবস্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 2368 বর্গ সে.মি.। যদি ঘনবস্তুটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 6 : 5 : 4 হয়, তবে এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করুন, আয়তকার ঘনবস্তুর দৈর্ঘ্য, $a = 6x$ সে.মি.

অতএব ঘনবস্তুর প্রস্থ, $b = 5x$ সে.মি.

এবং উচ্চতা, $c = 4x$ সে.মি.

আমরা জানি, আয়তকার ঘনবস্তুর সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $2(ab+bc+ca)$ বর্গ একক

$$\therefore 2368 = 2(6x \times 5x + 5x \times 4x + 4x \times 6x) \text{ বর্গ একক}$$

বা, $2(3x^2 + 20x^2 + 24x^2)$ বর্গ সে.মি.

$$\text{বা, } 2368 = 2 \times 74x^2$$

$$\text{বা, } x^2 = 16$$

এস এস সি প্রোগ্রাম

2. ঢাকানাসহ একটি বাক্সের বাইরের মাপ যথাক্রমে 10 সে.মি., 9 সে.মি. ও 7 সে.মি. এবং ভিতরের সমগ্র বাক্সটির পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 262 বর্গ সে.মি। বাক্স-এর দেওয়ালের পুরত্ব সমান হলে বাক্সের বেধ নির্ণয় করুন।

সে.মি সে.মি সে.মি সে.মি সে.মি

ঘনকের ক্ষেত্রফল নির্ণয়

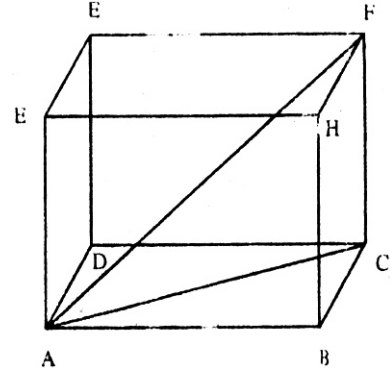
কোন ঘন এর তিন জোড়া বাহু যদি সমান হয় তবে তাকে ঘনক বলে।

ঘনকের তিন জোড়া বাহু সমান অর্থাৎ দৈর্ঘ্য = প্রস্থ = উচ্চতা = a ধরলে,

(i) ঘনকটির কর্ণ = $\sqrt{3} a$ একক

(ii) ঘনকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল = $2(a^2+a^2+a^2) = 6a^2$ বর্গ একক

(iii) ঘনকটির আয়তন = a^3 ঘন একক।



চিত্র : ২২.২৫

উদাহরণ 3 : তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি. ও 5 সে.মি.। ঘনক তিনটিকে গলিয়ে একটি নতুন ঘনক বানানো হল। নতুন ঘনকের ধার ও কর্ণ নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি, ঘনকের ধার a হলে,

ঘনকের আয়তন = a^3 ঘন একক

এবং ঘনকের কর্ণ = $a\sqrt{3}$ একক

এখানে, নতুন ঘনকের আয়তন = $(3^3 + 4^3 + 5^3)$ ঘন সে. মি.

$$= (27+64+125) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 216 \text{ ঘন সে.মি.}$$

\therefore নতুন ঘনকের ধার = $\sqrt{216}$ সে. মি. = 6 সে.মি.

\therefore নতুন ঘনকের কর্ণ = $a\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ সে. মি.

উদাহরণ 4 : একটি আয়তকার বাক্সের বাইরের মাপ যথাক্রমে 8 সে.মি, 6 সে.মি. ও 4 সে.মি এবং ভিতরের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 88 বর্গ সে.মি.। বাক্সটির কাঠের পুরত্ব নির্ণয় করুন।

সমাধান : মনে করুন কাঠের পুরত্ব = x সে.মি.

\therefore বাক্সের ভিতরের দৈর্ঘ্য, $a = (8-2x)$ সে.মি.

বাক্সের ভিতরের প্রস্থ, $b = (6-2x)$ সে.মি.

বাক্সের ভিতরের উচ্চতা, $c = (4-2x)$ সে.মি.

পরিমিতি

পৃষ্ঠা-816

$$\begin{aligned}
&\therefore \text{বাক্সের ভিতরের সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} \\
&= 2(ab+bc+ca) \text{ বর্গ একক} \\
&= 2 \{(8-2x)(6-2x) + (6-2x)(4-2x) + (4-2x)(8-2x)\} \\
&= 2(48 - 28x + 4x^2 + 24 - 20x + 4x^2 + 32 - 24x + 4x^2) \\
&= 2(12x^2 - 72x + 104)
\end{aligned}$$

প্রশ্নানুসারে,

$$\text{বা, } 2(12x^2 - 72x + 104) = 88$$

$$\text{বা, } 12x^2 - 72x + 104 = 44$$

$$\text{বা, } 12x^2 - 72x + 60 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\text{বা, } (x-5)(x-1) = 0$$

$x = 5$ বা, $x = 1$ যেহেতু বাইরের উচ্চতা 4 সে.মি. তাই ভিতরের উচ্চতা 5 হতে পারে না।

অতএব বাক্সের পুরুত্ব = 1 সে.মি.

নিজে করুন :

1. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার। ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
2. তিনটি ঘনকের ধার যথাক্রমে 5 সে.মি., 6 সে.মি. ও 7 সে.মি। ঘনক তিনটিকে গলিয়ে একটি নতুন ঘনক বানানো হল। নতুন ঘনকের ধার, কর্ণ নির্ণয় করুন।

উত্তর : ধার 8.81 সে.মি. (প্রায়), কর্ণ 15.26 সে.মি. (প্রায়)

পাঠ ৪ কোণক, বেলন ও গোলক সম্পর্কিত পরিমাপ



উদ্দেশ্য

এ পাঠ শেষে আপনি—

- 1 কোণক সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবেন;
- 1 বেলন সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবেন;
- 1 গোলক সম্পর্কিত সমস্যা সমাধান করতে পারবেন।



কোণক বলতে সমবৃত্তভূমিক কোণকে বুঝায়। তদ্রূপ বেলন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্র এবং গোলক বৃত্তের সাথে সম্পর্কযুক্ত রাশি। এ পাঠে কোণক, বেলন ও গোলক সম্পর্কে আলোচনা করা হল।

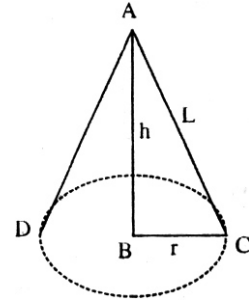
কোণক সম্পর্কিত পরিমাপ

কোন সমকোণী ত্রিভুজক্ষেত্রের সমকোণ সংলগ্ন যে কোন বাহুকে অক্ষ ধরে ঐ বাহুর চারদিকে পূর্ণ আবর্তনের ফলে যে ঘন উৎপন্ন হয় তাকে কোণক বলে [চিত্রে দেখুন]।

ABC একটি কোণক যার উচ্চতা $AB=h$ এবং ভূমির ব্যাসার্ধ $BC=r$

এবং তীর্যক উচ্চতা AC বা $AD = L$ বলে।

- i. কোণক এর তীর্যক উচ্চতা $L = \sqrt{h^2+r^2}$ একক
- ii. কোণক এর বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r L$
 $= \pi r \sqrt{h^2+r^2}$ বর্গ একক
- iii. কোণক এর সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল $= \pi r (L+r)$ বর্গ একক
- iv. কোণক এর ঘনফল $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক



চিত্র : ২২.২৬

উদাহরণ 1 : 24 সে.মি. উচ্চতা বিশিষ্ট একটি কোণকের ভূমির ব্যাস 14 সে.মি. হলে এর তীর্যক উচ্চতার দৈর্ঘ্য, বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল, সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও ঘনফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : দেওয়া আছে,

উচ্চতা, $h = 24$ সে.মি.

এবং ব্যাসার্ধ, $r = 7$ সে.মি.

অতএব, কোণকের তীর্যক উচ্চতা $L = \sqrt{h^2+r^2}$ সে.মি.

$$= \sqrt{24^2+7^2} \text{ সে.মি.}$$

$$= \sqrt{625} \text{ সে.মি.}$$

$$= 25 \text{ সে.মি.}$$

∴ কোণকের তির্যক উচ্চতা = 25 সে.মি.

কোণকের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = πrL বর্গ একক

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 \text{ বর্গ সে.মি. } [\pi = \frac{22}{7}]$$

$$= 550 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

কোণকের সমগ্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $\pi r(L+r)$

$$= \frac{22}{7} \times 7 (25+7) \text{ বর্গ একক}$$

$$= 22 \times 32 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 704 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

কোণকের ঘনফল = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 24 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 22 \times 56 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 1232 \text{ ঘন সে.মি.}$$

উদাহরণ 2 : কোন কোণকের ঘনফল 154 ঘন সে.মি. এবং উচ্চতা 12 সে.মি.। কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ কত নির্ণয় করুন।

সমাধান : আমরা জানি, কোণকের ঘনফল = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ ঘন একক

এখানে, উচ্চতা = h , এবং ভূমির ব্যাসার্ধ = r

দেওয়া আছে, কোণকের ঘনফল = 154 ঘন সে.মি.

$$\therefore 154 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 12$$

$$r^2 = \frac{154 \times 7 \times 3}{22 \times 12}$$

$$= \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$\therefore r = 3.5$$

অতএব, কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ $r = 3.5$ সে.মি. (প্রায়)

বেলন সম্পর্কিত পরিমাপ

যদি কোন আয়তক্ষেত্র তার এক বাহুকে অক্ষ করে এক পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে তবে যে ঘনবস্তুর সৃষ্টি হয় তাকে বেলন বলে [চিত্র দেখুন]।

বেলনটির দৈর্ঘ্য বা উচ্চতা = h একক

এস এস সি প্রোগ্রাম

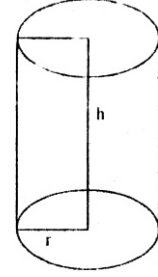
ভূমির ব্যাসার্ধ = r একক হলে

i. বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $2\pi rh$ বর্গ একক

ii. বেলন এর সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$$= 2\pi r [h+r] \text{ বর্গ একক}$$

iii. বেলনের আয়তন = $\pi r^2 h$ ঘন একক



চিত্র : ২২.২৭

উদাহরণ 3 : একটি বেলনের উচ্চতা 12 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাস 7 সে.মি.। বেলনের ঘনফল ও বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : দেওয়া আছে, বেলনের উচ্চতা, $h = 12$

$$\text{বেলনের ব্যাসার্ধ, } r = \frac{7}{2}$$

আমরা জানি, বেলনের ঘনফল = $\pi r^2 h$ ঘন একক

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \times 12 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{49}{4} \times 12 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 462 \text{ ঘন সে.মি. (প্রায়)}$$

আবার, বেলনের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$$= 2\pi rh \text{ বর্গ একক}$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times 12 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 264 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

উদাহরণ 4 : একটি ফাঁপা বেলনের বাইরের ও ভেতরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 11 সে.মি. ও 10 সে.মি. এবং উচ্চতা 14 সে.মি.। বেলনটির দুই বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও ধাতব অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : দেওয়া আছে-

বেলনের উচ্চতা, $h=14$, ভূমির বাইরের ব্যাসার্ধ $r=11$ সে.মি. ও ভেতর ব্যাসার্ধ, $r_1 =10$ সে.মি.

\therefore বেলনের বাইরের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল

$$= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 11 \times 14 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 968 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

বেলনের ভেতর বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $2\pi r_1 h$ বর্গ সে.মি.

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 10 \times 14 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= 880 \text{ বর্গ সে.মি. (প্রায়)}$$

বেলনের ধাতব অংশের ঘনফল =

$$= (\text{বাইরের ব্যাসার্ধ যুক্ত বেলনের ঘনফল}) - (\text{ভেতরের ব্যাসার্ধ যুক্ত বেলনের ঘনফল})$$

$$= [\pi r^2 h - \pi r_1^2 h] \text{ ঘন একক}$$

$$= \pi h (r^2 - r_1^2) \text{ ঘন একক}$$

$$= \frac{22}{7} \times 14 (11^2 - 10^2) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 44 \times (121 - 100) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 44 \times 21 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= 924 \text{ ঘন সে.মি.}$$

নিজে করুন :

1. একটি বেলনাকার স্তম্ভের উচ্চতা 14 মিটার এবং বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 264 বর্গমিটার। বেলনের ভূমির ব্যাসার্ধ কত?
2. একটি বেলনাকার চিমনির উচ্চতা 30 মিটার ও ভূমির ব্যাসার্ধ 14 মিটার। প্রতি বর্গমিটার 1.50 টাকা হিসাবে বক্রপৃষ্ঠটি রং করতে কত খরচ পড়বে নির্ণয় করুন।

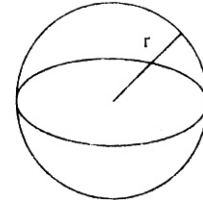
গোলক সম্পর্কিত পরিমাপ

কোন অর্ধবৃত্তক্ষেত্র তার ব্যাসকে অক্ষ করে এক পূর্ণ আবর্তনের ফলে যে ঘন উৎপন্ন হয় তাকে গোলক বলে [চিত্র দেখুন]।

গোলকের ব্যাসার্ধ = r একক তখন,

i. গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = $4\pi r^2$ বর্গ একক

ii. গোলকের আয়তন = $\frac{4}{3} \pi r^3$ ঘন একক



চিত্র ২২.২৮

উদাহরণ 5 : একটি গোলকের ব্যাস 7 মিটার। গোলকের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল ও ঘনফল নির্ণয় করুন।

সমাধান : দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাসার্ধ $r = \frac{7}{2}$ [\because ব্যাস = 7]

$$\therefore \text{গোলকের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = 4\pi r^2 \text{ বর্গ একক}$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^2 \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 154 \text{ বর্গ মিটার}$$

এস এস সি প্রোগ্রাম

$$\begin{aligned}\text{গোলকের ঘনফল} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক} \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3 \text{ বর্গমিটার} \\ &= 179\frac{2}{3} \text{ ঘনমিটার (প্রায়)}\end{aligned}$$

উদাহরণ 6 : 4 সে.মি. ব্যাসের একটি লৌহ গোলককে গলিয়ে $\frac{2}{3}$ সে.মি. পুরু একটি বৃত্তাকার লৌহপাত প্রস্তুত করা হল। ঐ পাতের ব্যাসার্ধ কত?

সমাধান : দেওয়া আছে, গোলকের ব্যাসার্ধ, $r = 2$ সে.মি. [\therefore ব্যাস = 4 সে.মি.]

$$\begin{aligned}\therefore \text{গোলকের ঘনফল} &= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ ঘন একক} \\ &= \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= \frac{32\pi}{3} \text{ ঘন সে.মি.}\end{aligned}$$

মনে করুন লৌহ পাতের ব্যাসার্ধ r_1 সে. মি.

$$\therefore \text{বৃত্তাকার লৌহপাতের ক্ষেত্রফল} = \pi r_1^2 \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{লৌহার পাত } \frac{2}{3} \text{ সে.মি. পুরু}$$

$$\therefore \text{বৃত্তাকার লৌহপাতের ঘনফল} = \pi r_1^2 \times \frac{2}{3} \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } \frac{2\pi r_1^2}{3} = \frac{32\pi}{3}$$

$$\text{বা, } r_1^2 = 16$$

$$\therefore r_1 = 4$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ব্যাসার্ধ} = 4 \text{ সে.মি.}$$

নিজে করুন :

1. একটি গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 154 বর্গ সে.মি.। গোলকের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।
2. একটি বেলনের উচ্চতা ও ভূমির ব্যাস প্রত্যেকেই 6 মিটার। যে গোলকের পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বেলনটির বক্রপৃষ্ঠের সমান তার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।
3. 6 সে.মি., 8 সে.মি. ও 10 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট তিনটি ঘন গোলককে গলিয়ে একটি নতুন গোলক তৈরি করা হল। নতুন গোলকের ব্যাসার্ধ ও পৃষ্ঠদেশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।



চূড়ান্ত মূল্যায়ন

1. একটি জমির দৈর্ঘ্য 80 মিটার এবং প্রস্থ 60 মিটার। ঐ জমির মাঝে একটি পুকুর খনন করা হল। যদি পুকুরের প্রত্যেক পাড়ের বিস্তার 4 মিটার হয়, তবে পুকুরের পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
2. একটি ঘরের মেঝে কাপেট দিয়ে মোড়াতে 800 টাকা খরচ হয়। যদি ঘরটির দৈর্ঘ্য 1 মিটার কমানো হয় তবে খরচ হয় 700 টাকা। ঘরের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
3. একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার। যদি এর দৈর্ঘ্য 10 মিটার কম হত তাহলে এটি একটি বর্গক্ষেত্র হত। আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় করুন।
4. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহু দুটির একটি অন্যটি অপেক্ষা 4 মিটার বড় এবং তাদের মধ্যে লম্ব দূরত্ব 8 মিটার। ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল 112 বর্গমিটার হলে সমান্তরাল বাহু দুইটি দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
5. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার করে বাড়ানো হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার বেড়ে যায়। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
6. একটি বৃহত্তম সমকোণী ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 28 সে.মি, 45 সে.মি. ও 53 সে.মি.। এর মধ্যে বৃহত্তম বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন যেন বর্গক্ষেত্রটির একটি কৌণিক বিন্দু অতিভুজের উপর পড়ে।
7. একটি আয়তক ঘন এর দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতার অনুপাত 21 : 16 : 12 এবং কর্ণ 87 সে.মি.। ঘনটির তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
8. একটি আয়তকার ঘনবস্তুর আয়তন 220 ঘনমিটার। ঘন বস্তুটির কর্ণ 15 মিটার ও দৈর্ঘ্য 11 মিটার হলে উহার প্রস্থ ও উচ্চতা নির্ণয় করুন।
9. একটি ঘনকের সম্পূর্ণ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল 48 বর্গমিটার। ঘনকের কর্ণের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।
10. একটি কোণকের উচ্চতা 8 সে.মি. এবং ভূমির ব্যাসার্ধ 6 সে.মি.। কোণকের সম্পূর্ণ তলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন নির্ণয় করুন।
11. একটি কোণকের ভূমির ব্যাসার্ধ 5 সে.মি. এবং হেলানো উল্লতি 13 সে.মি. হলে, কোণকের আয়তন ও হেলানো তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করুন।
12. একটি পাইপের ভিতরের ও বাইরের ব্যাস 12 সে.মি. ও 14 সে.মি. এবং পাইপের উচ্চতা 5 মিটার। 1 ঘন সে.মি. লোহার ওজন 7.2 গ্রাম হলে পাইপের লোহার ওজন নির্ণয় করুন।
13. একটি কুয়ার গভীরতা 14 মিটার ও ব্যাস 28 মিটার। প্রতি ঘনমিটার 5 টাকা হিসাবে ঐ কুয়াটির মাটি খনন করতে কত খরচ পড়বে নির্ণয় করুন।
14. একটি বেলন এবং একটি কোণক উভয়ের উচ্চতা h এবং একই ভূমির উপর অবস্থিত। তাদের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4:3 হলে প্রমাণ করুন ভূমির ব্যাসার্ধ $= \frac{\sqrt{5}}{2} h$ হবে।
15. 6 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট ধাতুর তৈরি একটি নিরেট গোলককে গলিয়ে 6 সে.মি. ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বেলন আকারে একটি নিরেট দণ্ডে পরিণত করা হল। দণ্ডটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় করুন।